

Musterlösung zur Aufgabe A1.1

- a) Aus der Gesamtbandbreite 24.8 MHz und dem Kanalabstand 200 kHz folgt $K_F = 124$.
- b) Die Mittenfrequenz des ersten Kanals liegt bei 890.2 MHz. Der mit „RFCH 100“ bezeichnete Kanal liegt um $99 \cdot 200 \text{ kHz} = 19.8 \text{ MHz}$ höher:

$$f_M = 890.2 \text{ MHz} + 19.8 \text{ MHz} = \underline{910 \text{ MHz}}.$$

- c) Um die Überlegungen zur Teilaufgabe b) nutzen zu können, transformieren wir die Aufgabenstellung in den Uplink. Der gleiche Kanal mit der Kennung k_F , der im Downlink die Frequenz 940 MHz nutzt, liegt im Uplink bei 895 MHz. Damit gilt

$$k_F = 1 + \frac{895 \text{ MHz} - 890.2 \text{ MHz}}{0.2 \text{ MHz}} = \underline{25}.$$

- d) In einem TDMA-Rahmen der Dauer 4.62 Millisekunden können $K_T = 8$ Zeitschlitze mit jeweiliger Dauer $T = 577 \mu\text{s}$ untergebracht werden. $K_T = 8$ wird bei GSM auch tatsächlich verwendet.

- e) Mit den Ergebnissen aus (a) und (d) erhält man:

$$K = K_F \cdot K_T = 124 \cdot 8 = \underline{992}.$$

- f) Während der Zeit $T = 577 \mu\text{s}$ müssen 156 Bit übertragen werden. Damit stehen für jedes Bit die Zeit $T_B = 3.699 \mu\text{s}$ zur Verfügung. Daraus ergibt sich die Bitrate

$$R_B = \frac{1}{T_B} \approx \underline{270 \text{ kbit/s}}.$$

Diese Brutto-Bitrate beinhaltet neben den das Sprachsignal beschreibenden Datensymbolen auch die Trainingssequenz zur Kanalschätzung und die Redundanz zur Kanalcodierung. Die Netto-Bitrate beträgt beim GSM-System für jeden der acht Benutzer nur etwa 13 kbit/s.

Musterlösung zur Zusatzaufgabe Z1.1

- a) Es handelt sich um FDM (*Frequency Division Multiplexing*). Das alternative Multiplexverfahren TDM (*Time Division Multiplexing*) ist nur bei einem digitalen Übertragungssystem einsetzbar.
- b) Aus der Gesamtbandbreite 20.5 MHz und der Kanalbandbreite 0.3 MHz erhält man $K = 68$.
- c) Das Kanalaraster und damit die für einen Kanal zur Verfügung stehende Bandbreite (300 kHz) ist im UKW-Bereich deutlich größer als bei Lang-, Mittel- und Kurzwelle. Die im UKW-Rundfunk eingesetzte Frequenzmodulation ist zwar durch eine bessere Qualität gekennzeichnet, benötigt aber auch eine größere Bandbreite. Zum Vergleich wird im Mittelwellenbereich stets Amplitudenmodulation und (in Europa) ein Kanalaraster von 9 kHz verwendet. Die NF-Bandbreite ist somit 4.5 kHz.

Die Reichweite ist bei UKW geringer als in den anderen Frequenzbereichen, da UKW-Radiowellen nicht an der Ionosphäre reflektiert werden. Daher besteht ein UKW-Sendernetz meist aus recht vielen Sendern, die in geringen Abständen – meist auf Anhöhen – aufgebaut sind.

Das am Empfänger ankommende Signal hat auf Grund der Freiraumdämpfung, die zumindest quadratisch mit der Entfernung zunimmt, einen sehr viel kleineren Pegel als das Sendesignal $s(t)$.

Im Rundfunkempfänger hat tatsächlich der Tuner die Aufgabe der Kanalseparierung. Richtig sind somit die Lösungsvorschläge 1 und 4.

Musterlösung zur Aufgabe A1.2

a) S_1 könnte durchaus ein ideales System sein, nämlich dann, wenn für alle Frequenzen f_N die Bedingung $v(t) = q(t)$ erfüllt wäre. Auch die zweite Alternative ist möglich, da das ideale System ein Sonderfall der verzerrungsfreien Systeme darstellt. Würde bei einer anderen Frequenz $f = f_N$ die Bedingung $v(t) = q(t)$ allerdings nicht erfüllt, so würde ein linear verzerrendes System vorliegen, dessen Frequenzgang bei der Frequenz f_N zufällig gleich 1 wäre. Dagegen kann ein nichtlinear verzerrendes System aufgrund fehlender Oberwellen ausgeschlossen werden. Richtig sind somit die Lösungsvorschläge 1, 2 und 3.

b) Entsprechend den Ausführungen im Kapitel 2.3 von „Signaldarstellung“ gelten folgende Gleichungen:

$$A \cdot \cos(\omega_N t) + B \cdot \sin(\omega_N t) = C \cdot \cos(\omega_N t - \varphi)$$
$$\Rightarrow C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{A}{B}.$$

Angewandt auf das vorliegende Beispiel erhält man

$$C = \sqrt{(1 \text{ V})^2 + (1 \text{ V})^2} = 1.414 \text{ V}.$$

Der Dämpfungsfaktor des Systems hat somit den Wert $\alpha = 1.414/2 = \underline{0.707}$. Für die Phase gilt:

$$\varphi = \arctan \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ V}} = 45^\circ = \frac{\pi}{4}.$$

Die Umformung $\cos(\omega_N \cdot t - \varphi) = \cos(\omega_N \cdot (t - \tau))$ erlaubt Aussagen über die Laufzeit:

$$\tau = \frac{\varphi}{2\pi f_N} = \frac{\pi/4}{2\pi f_N} = \frac{1}{8 \cdot 1 \text{ kHz}} = \underline{125 \mu\text{s}}.$$

c) Das System S_2 ist nach den Ausführungen zur Teilaufgabe a) weder ideal noch nichtlinear verzerrend. Dagegen sind die Alternativen 2 und 3 möglich, je nachdem, ob die berechneten Werte von α und τ für alle Frequenzen erhalten bleiben oder nicht. Mit einer einzigen Messung bei nur einer Frequenz kann diese Frage nicht geklärt werden.

d) Das Signal $v_3(t)$ beinhaltet eine Oberwelle dritter Ordnung. Deshalb ist die Verzerrung nichtlinear.

e) Mit den Amplituden $A_1 = 1.5 \text{ V}$ und $A_3 = -0.3 \text{ V}$ erhält man für den Klirrfaktor:

$$K_3 = \frac{|A_3|}{|A_1|} = 0.2.$$

Deshalb beträgt das Sinken-SNR entsprechend der angegebenen Gleichung $\rho_{v3} = 1/K_3^2 = 25$. Zum gleichen Ergebnis kommt man nach der allgemeinen Berechnung. Aus den Amplituden von Quellensignal und Grundwelle des Sinkensignals erhält man für den frequenzunabhängigen Dämpfungsfaktor:

$$\alpha = \frac{1.5 \text{ V}}{2 \text{ V}} = 0.75.$$

Das von den nichtlinearen Verzerrungen herrührende Fehlersignal lautet deshalb:

$$\varepsilon_3(t) = v_3(t) - \alpha \cdot q(t) = -0.3 \text{ V} \cdot \cos(6\pi f_N t).$$

Damit ergibt sich die Verzerrungsleistung:

$$P_{\varepsilon 3} = \frac{1}{2} \cdot (0.3 \text{ V})^2 = 0.045 \text{ V}^2.$$

Mit der Leistung des Quellensignals,

$$P_q = \frac{1}{2} \cdot (2 \text{ V})^2 = 2 \text{ V}^2,$$

erhält man unter Berücksichtigung des Dämpfungsfaktors:

$$\rho_{v3} = \frac{\alpha^2 \cdot P_q}{P_{\varepsilon 3}} = \frac{0.75^2 \cdot 2 \text{ V}^2}{0.045} = \underline{\underline{25}}.$$

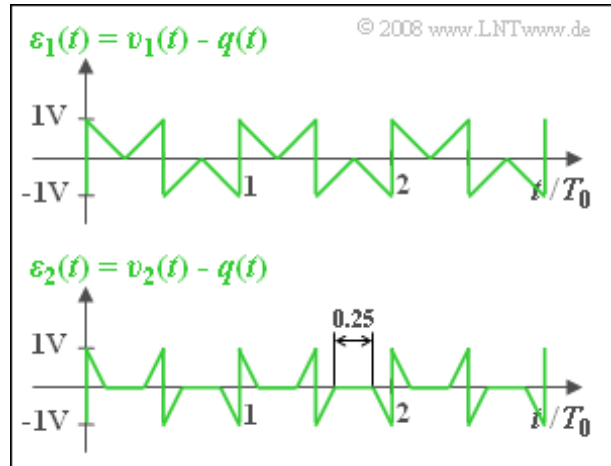
Musterlösung zur Zusatzaufgabe Z1.2

a) Allgemein gilt $v(t) = q(t) * h(t)$. Die Faltung des periodischen Rechtecksignals $q(t)$ mit der ebenfalls rechteckförmigen Impulsantwort $h(t)$ liefert nur dann ein Dreiecksignal $v(t)$, wenn die miteinander gefalteten Rechtecke gleiche Breite haben. Daraus folgt:

$$\Delta t_1 = T_0/2 \Rightarrow \Delta t_1/T_0 \equiv \underline{0.5}.$$

b) Das Fehlersignal $\varepsilon_1(t)$ ist in der Grafik dargestellt. Man erkennt, dass $\varepsilon_1(t)$ alle Werte zwischen ± 1 V annehmen kann:

$$\varepsilon_{1,\max} \equiv \underline{1 \text{ V}}.$$



c) Es genügt die Mittelung über den Zeitbereich von 0 bis $T_0/4$, da alle anderen Teilintervalle genau gleiche Beiträge liefern:

$$P_{\varepsilon 1} = \frac{1}{T_0/4} \cdot \int_0^{T_0/4} \varepsilon_1(t)^2 dt = \frac{1 \text{ V}^2}{T_0/4} \cdot \int_0^{T_0/4} \left(1 - \frac{t}{T_0/4}\right)^2 dt.$$

Mit der Substitution $x = 4 \cdot t/T_0$ kann hierfür auch geschrieben werden:

$$P_{\varepsilon 1} = 1 \text{ V}^2 \cdot \int_0^1 (1 - 2x + x^2) dx = 1 \text{ V}^2 \cdot \left(1 - 1 + \frac{1}{3}\right) \equiv \underline{0.333 \text{ V}^2}.$$

d) Die Mittelung über eine Periode des quadrierten Quellensignals liefert:

$$P_q = \frac{1}{T_0} \cdot \left[(2 \text{ V})^2 \cdot \frac{T_0}{2} + (0 \text{ V})^2 \cdot \frac{T_0}{2} \right] \equiv \underline{2 \text{ V}^2}.$$

Das Sinken-SNR beträgt somit

$$\rho_{v1} = \frac{P_q}{P_{\varepsilon 1}} = \frac{2 \text{ V}^2}{0.333 \text{ V}^2} \equiv \underline{6}.$$

e) Entsprechend der Skizze auf dem Angabenblatt wird nun aus einem Rechteck der Dauer $T_0/2$ ein Trapez der absoluten Dauer $0.75 \cdot T_0$. Damit ist nach den Gesetzen der Faltung offensichtlich, dass die äquivalente Impulsdauer $\Delta t_2 \equiv \underline{0.25} \cdot T_0$ sein muss.

f) Die obige Grafik zeigt, dass sich $\varepsilon_2(t)$ ebenso wie $\varepsilon_1(t)$ innerhalb einer Periodendauer T_0 aus vier Dreiecken zusammensetzt, doch sind diese nur halb so breit. In der Hälfte der Zeit ist $\varepsilon_2(t) = 0$.

Wegen $\varepsilon_{2,\max} = \varepsilon_{1,\max} = 1 \text{ V}$ erhält man:

$$P_{\varepsilon 2} = \frac{P_{\varepsilon 1}}{2} \equiv \underline{0.167 \text{ V}^2} \Rightarrow \rho_{v2} = \frac{P_q}{P_{\varepsilon 2}} \equiv \underline{12}.$$

g) Für $\Delta t = T_0/2$ wurde in der Teilaufgabe c) die Verzerrungsleistung $P_{\varepsilon 1} = 1 \text{ V}^2/3$ berechnet. In der Teilaufgabe f) wurde gezeigt, dass bei $\Delta t = T_0/4$ die Verzerrungsleistung $P_{\varepsilon 2}$ nur halb so groß ist.

Anschaulich wurde erläutert, dass ein linearer Zusammenhang besteht. Daraus folgen für $\Delta t \leq T_0/2$ die empirischen Gleichungen:

$$P_{\varepsilon} = \frac{2 \text{ V}^2}{3} \cdot \frac{\Delta t}{T_0} \Rightarrow \rho_v = \frac{P_q}{P_{\varepsilon}} = \frac{3}{\Delta t/T_0}.$$

Der Sonderfall $\Delta t = 0.05 T_0$ führt somit zu den Resultaten:

$$P_{\varepsilon 3} = \frac{2 \text{ V}^2}{60} \Rightarrow \rho_{v3} = \frac{P_q}{P_{\varepsilon 3}} \equiv \underline{60}.$$

Musterlösung zur Aufgabe A1.3

a) Die normierte Leistungskenngröße ergibt sich mit diesen Werten zu

$$\xi = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 10^{-6}}{10^{-10} \text{ W/Hz} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ Hz}} = 10^4 \Rightarrow 10 \cdot \lg \xi = 40 \text{ dB} \Rightarrow x = 4.$$

Damit ergibt sich der Hilfsordinatenwert $y = 5$, was zum Sinken-Störabstand $10 \cdot \lg \rho_v = 50 \text{ dB}$ führt.

b) Dies entspricht gegenüber dem bisher betrachteten System einer Erhöhung des Störabstandes um 10 dB, so dass auch $10 \cdot \lg \xi$ um 10 dB erhöht werden muss.

$$10 \cdot \lg \xi = 50 \text{ dB} \Rightarrow \xi = 10^5.$$

Ein 10-fach größerer ξ -Wert wird erreicht – vorausgesetzt die anderen Parameter bleiben jeweils gleich:

- durch die Sendeleistung $P_S = 50 \text{ kW}$ statt 5 kW,
- durch den Dämpfungsfaktor $\alpha_K = 0.00316$ anstelle von 0.001,
- durch die Rauschleistungsdichte $N_0 = 10^{-11} \text{ W/Hz}$ statt 10^{-10} W/Hz ,
- durch die Bandbreite $B_{NF} = 0.5 \text{ kHz}$ statt 5 kHz.

Richtig sind also die Alternativen 2 und 3.

c) Für $10 \cdot \lg \xi = 40 \text{ dB}$ ist die Hilfsgröße $x = 4$. Damit ergibt sich für die Hilfsgröße der Ordinate:

$$y = 6 \cdot (1 - e^{-3}) \approx 5.7.$$

Dies entspricht dem Sinken-Störabstand $10 \cdot \lg \rho_v = 57 \text{ dB}$, also einer Verbesserung gegenüber dem System A um 7 dB.

d) Diese Problemstellung wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\begin{aligned} y &= 6 \cdot (1 - e^{-x+1}) = 5 \Rightarrow e^{-x+1} = 1/6 \\ \Rightarrow x &= 1 + \ln 6 \approx 2.79 \Rightarrow 10 \cdot \lg \xi = 27.9 \text{ dB}. \end{aligned}$$

Bei System A war hierfür $10 \cdot \lg \xi = 40 \text{ dB}$ notwendig, was bei den weiter gegebenen Zahlenwerten durch $P_S = 5 \text{ kW}$ erreicht wurde. Nun kann die Sendeleistung um etwa 12.1 dB verringert werden:

$$10 \cdot \lg \frac{P_S}{5 \text{ kW}} = -12.1 \text{ dB} \Rightarrow \frac{P_S}{5 \text{ kW}} = 10^{-1.21} \approx 0.06.$$

Das bedeutet, dass bei System B mit nur 6% der Sendeleistung von System A – also mit nur 0.3 kW – die gleiche Systemqualität erzielt wird.

e) Wir bezeichnen mit V (steht für Verbesserung) den größeren Sinken-Störabstand von System B gegenüber System A:

$$\begin{aligned} V &= 10 \cdot \lg \rho_v (\text{System B}) - 10 \cdot \lg \rho_v (\text{System A}) \\ &= [6 \cdot (1 - e^{-x+1}) - x - 1] \cdot 10 \text{ dB}. \end{aligned}$$

Durch Nullsetzen der Ableitung ergibt sich derjenige x -Wert, der zur maximalen Verbesserung führt:

$$\frac{dV}{dx} = 6 \cdot e^{-x+1} - 1 \Rightarrow x = 1 + \ln 6 \Rightarrow 10 \cdot \lg \xi = \underline{27.9 \text{ dB}}.$$

Es ergibt sich also genau der in (d) behandelte Fall mit $10 \cdot \lg \rho_v = 50$ dB, während der Störabstand bei System A nur 37.9 dB beträgt. Die Verbesserung ist demnach 12.1 dB.

Musterlösung zur Zusatzaufgabe Z1.3

a) Mit der Boltzmann-Konstante k_B gilt:

$$N_0 = F \cdot k_B \cdot \theta = 10 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{K}} \cdot 290 \text{ K} \approx \underline{4 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}}.$$

b) Die angegebene Rauschleistungsdichte N_0 ist physikalisch auf 6 THz begrenzt. Damit beträgt die maximale Rauschleistung:

$$N_{\text{max}} = 4 \cdot 10^{-20} \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \cdot 6 \cdot 10^{12} \text{ Hz} = \underline{0.24 \cdot 10^{-6} \text{ W}}.$$

c) Nun ergibt sich für die Rauschleistung:

$$N = N_0 \cdot B = 4 \cdot 10^{-20} \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ Hz} = \underline{12 \cdot 10^{-16} \text{ W}},$$

bzw. umgerechnet auf den Bezugswiderstand $R = 1 \Omega$:

$$N = N_0 \cdot B \cdot R = 12 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot 50 \Omega = 6 \cdot 10^{-14} \text{ V}^2.$$

Der Rauscheffektivwert σ_n ist die Quadratwurzel hieraus:

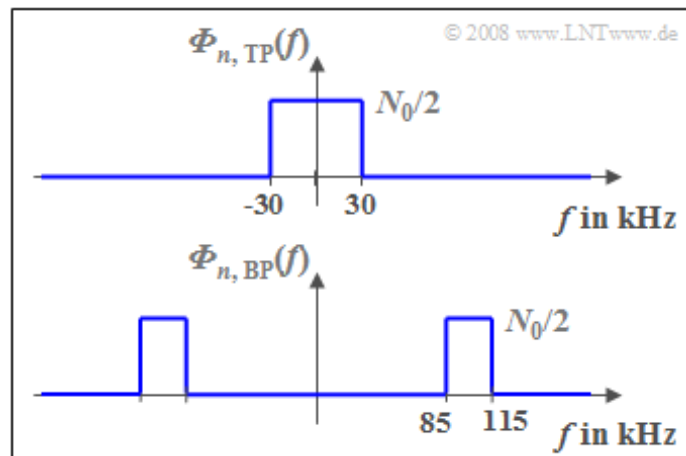
$$\sigma_n = \sqrt{6 \cdot 10^{-14} \text{ V}^2} = \underline{0.245 \cdot 10^{-6} \text{ V}}.$$

d) Im Zufallssignal $n_2(t)$ erkennt man gewisse Regelmäßigkeiten ähnlich einer harmonischen Schwingung – es ist Bandpass-Rauschen. Dagegen handelt es sich beim Signal $n_1(t)$ um Tiefpass-Rauschen.

e) Die Rauschleistungsdichte des Zufallssignals $n_1(t)$ ist im Frequenzbereich $|f| < 30 \text{ kHz}$ konstant gleich

$$\Phi_{n, \text{TP}}(f) = \frac{N_0}{2} = \underline{2 \cdot 10^{-12} \text{ W/Hz}}.$$

Dieser Wert gilt somit auch für die Frequenz $f = 20 \text{ kHz}$.



f) Wie aus der Grafik hervorgeht, ist $\Phi_{n, \text{BP}}(f)$ nur zwischen 85 kHz und 115 kHz ungleich 0, wenn die Bandbreite $B = 30 \text{ kHz}$ beträgt. Bei der Frequenz $f = 120 \text{ kHz}$ ist die Rauschleistungsdichte somit Null.

Musterlösung zur Aufgabe A1.4

a) Alle Cosinusfunktionen sind in entsprechende komplexe Exponentialfunktionen umzuwandeln:

$$\begin{aligned} s_+(t) &= A_T \cdot e^{j\omega_T \cdot t} + \frac{A_0}{2} \cdot e^{j(\omega_T + \omega_0) \cdot t} + \frac{A_0}{2} \cdot e^{j(\omega_T - \omega_0) \cdot t} \\ &= e^{j\omega_T \cdot t} \cdot \left[A_T + \frac{A_0}{2} \cdot (e^{j\omega_0 \cdot t} + e^{-j\omega_0 \cdot t}) \right]. \end{aligned}$$

Mit der Gleichung $e^{j\alpha} + e^{-j\alpha} = 2 \cdot \cos(\alpha)$ folgt weiter:

$$s_+(t) = e^{j\omega_T \cdot t} \cdot [A_T + A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)].$$

Damit erhält man für das äquivalente Tiefpass-Signal:

$$s_{TP}(t) = s_+(t) \cdot e^{-j\omega_T \cdot t} = A_T + A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t).$$

Richtig ist also der letzte Lösungsvorschlag. Im **Kapitel 2.3** werden wir sehen, dass es sich dabei um die Zweiseitenband-Amplitudenmodulation eines Cosinussignals mit cosinusförmigem Träger handelt.

b) Die Periodendauer des analytischen Signals $s_+(t)$ – und damit auch des physikalischen Signals $s(t)$ – beträgt $T_0 = 50 \mu\text{s}$. Unter der Voraussetzung, dass f_T ein ganzzahliges Vielfaches von f_0 ist (was zu überprüfen ist, aber für dieses Beispiel zutrifft), ergibt sich $f_0 = 1/T_0 = \underline{20 \text{ kHz}}$.

c) Bei den gegebenen Zeitpunkten (Vielfache von $5 \mu\text{s}$) gilt für den komplexen Drehzeiger des Trägers:

$$e^{j \cdot 2\pi \cdot 100 \text{ kHz} \cdot (k \cdot 5 \mu\text{s})} = e^{j \cdot k \cdot \pi} = \begin{cases} +1 & \text{falls } k \text{ gerade,} \\ -1 & \text{falls } k \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Deshalb folgt aus der in a) berechneten Gleichung:

$$\begin{aligned} k = 0 &\Rightarrow s_+(t = 0) = A_T + A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot 0) = A_T + A_0, \\ k = 5 &\Rightarrow s_+(t = 25 \mu\text{s}) = - \left[A_T + A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot \frac{T_0}{2}) \right] = -A_T + A_0. \end{aligned}$$

Ein Vergleich mit der ersten und letzten Gleichung auf dem Angabenblatt zeigt:

$$\begin{aligned} s_+(t = 0) &= A_T + A_0 = 1.5, \\ s_+(t = 25 \mu\text{s}) &= -A_T + A_0 = -0.5. \end{aligned}$$

Daraus erhält man $A_T = \underline{1}$ und $A_0 = \underline{0.5}$.

d) Zum Zeitpunkt $t = 15 \mu\text{s}$ ($k = 3$, ungerade) gilt:

$$\begin{aligned} s_+(t = 15 \mu\text{s}) &= - [1 + 0.5 \cdot \cos(2\pi \cdot 20 \text{ kHz} \cdot 0.015 \text{ ms})], \\ &= -1 - 0.5 \cdot \cos(108^\circ) = \underline{-0.845}. \end{aligned}$$

Dagegen ergibt sich für den Zeitpunkt $t = 20 \mu\text{s}$ ($k = 4$, gerade):

$$s_+(t = 20 \mu\text{s}) = 1 + 0.5 \cdot \cos(144^\circ) = \underline{0.595}.$$

Bei allen diesen betrachteten Zeitpunkten ist das physikalische Signal $s(t) = \text{Re}[s_+(t)]$ genau so groß.

Musterlösung zur Zusatzaufgabe Z1.4

a) Aus der grafischen Darstellung der Zeitfunktion $z(t)$ erkennt man die (normierte) Amplitude $A_T \equiv 2$ und die Periodendauer $T_0 = 2$ Millisekunden. Deshalb ist die Signalfrequenz $f_T = 1/T_0 \equiv 500$ Hz und die Kreisfrequenz beträgt $\omega_T = 2\pi f_T \equiv 3141.5$ 1/s.

b) Das analytische Signal lautet allgemein:

$$z_+(t) = A_T \cdot e^{j(\omega_T \cdot t + \phi_T)} = A_T \cdot e^{j \cdot \phi_T} \cdot e^{j \cdot \omega_T \cdot t}.$$

Gleichzeitig gilt der Zusammenhang:

$$A_0 = z_+(t = 0) = A_T \cdot e^{j \cdot \phi_T}.$$

Die komplexe Amplitude A_0 kann aus der oberen Grafik abgelesen werden.

$$A_0 = -\sqrt{2} - j \cdot \sqrt{2} = A_0 \cdot e^{-j \cdot 0.75\pi}.$$

Ein Vergleich beider Gleichungen führt zum Ergebnis:

$$\phi_T = -0.75\pi \equiv -135^\circ.$$

Dabei besteht folgender Zusammenhang mit der Laufzeit τ :

$$\phi_T = -2\pi \cdot f_T \cdot \tau \Rightarrow \tau = \frac{-\phi_T}{2\pi \cdot f_T} = \frac{0.75\pi}{2\pi \cdot 0.5 \text{ kHz}} \equiv 0.75 \text{ ms}.$$

c) Das analytische Signal legt in der Zeit T_0 genau eine Umdrehung zurück. Ausgehend von A_0 erreicht man somit nach $T_0/8 \equiv 0.25$ ms zum ersten Mal, dass das analytische Signal imaginär ist: $z_+(t_1) = -2j$. Wegen der Beziehung $z(t) = \text{Re}[z_+(t)]$ tritt zu diesem Zeitpunkt t_1 auch der erste Nulldurchgang des Signals $z(t)$ auf.

d) Mit dem Ergebnis aus b) erhält man:

$$z_{\text{TP}}(t) = z_+(t) \cdot e^{-j \cdot \omega_T \cdot t} = A_0 = A_T \cdot e^{j \cdot \phi_T} = \text{const.}$$

Somit gilt für alle Zeiten t und damit auch für $t = 1$ ms:

$$\begin{aligned} \text{Re}[z_{\text{TP}}(t)] &= -\sqrt{2} \equiv -1.414, \\ \text{Im}[z_{\text{TP}}(t)] &= -\sqrt{2} \equiv -1.414. \end{aligned}$$

e) Richtig sind die Aussagen 1, 3 und 4:

- Die einzige Diracfunktion von $Z_+(f)$ liegt bei $f = f_T$ und nicht bei $-f_T$.
- Das analytische Signal einer harmonischen Schwingung ist immer komplex.
- Das äquivalente TP-Signal einer harmonischen Schwingung ist meistens komplex.
Ausnahme: $z(t) = \pm A_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$.