

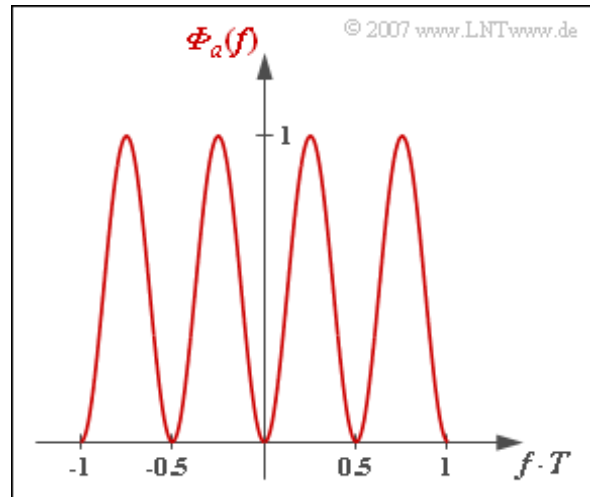
A2.1: AKF und LDS nach Codierung

Wir betrachten das Digitalsignal

$$s(t) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} a_{\nu} \cdot g_s(t - \nu \cdot T),$$

wobei wir folgende Beschreibungsgrößen verwenden:

- a_{ν} sind die Amplitudenkoeffizienten,
- $g_s(t)$ gibt den Sendegrundimpuls an,
- T ist die Symboldauer (Abstand der Impulse).



Zur Charakterisierung der spektralen Eigenschaften, die sich aufgrund der Codierung und der Impulsformung ergeben, verwendet man unter anderem

- die Autokorrelationsfunktion (AKF)

$$\varphi_s(\tau) = \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} 1/T \cdot \varphi_a(\lambda) \cdot \varphi_{g_s}^*(\tau - \lambda \cdot T),$$

- das Leistungsdichtespektrum (LDS)

$$\Phi_s(f) = 1/T \cdot \Phi_a(f) \cdot \Phi_{g_s}^*(f).$$

Hierbei bezeichnet $\varphi_a(\lambda)$ die diskrete Autokorrelationsfunktion der Amplitudenkoeffizienten, die mit der spektralen Leistungsdichte $\Phi_a(f)$ über die Fouriertransformation zusammenhängt. Für diese gilt somit:

$$\Phi_a(f) = \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} \varphi_a(\lambda) \cdot e^{-j2\pi f \lambda T}.$$

Weiterhin sind in obigen Gleichungen die Energie-AKF und das Energiespektrum verwendet:

$$\varphi_{g_s}^*(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \cdot g_s(t + \tau) dt \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad \Phi_{g_s}^*(f) = |G_s(f)|^2.$$

In der vorliegenden Aufgabe soll für die spektrale Leistungsdichte der Amplitudenkoeffizienten folgender Funktionsverlauf angenommen werden (siehe Grafik):

$$\Phi_a(f) = 1/2 - 1/2 \cdot \cos(4\pi fT).$$

Für den Sendegrundimpuls werden folgende Annahmen getroffen:

- In der Teilfrage b) sei $g_s(t)$ ein NRZ-Rechteckimpuls, so dass eine dreieckförmige Energie-AKF vorliegt, die auf den Bereich $|\tau| \leq T$ beschränkt ist. Das Maximum ist dabei

$$\varphi_{g_s}^*(\tau = 0) = s_0^2 \cdot T.$$

- Für die Teilaufgabe c) soll von einer Wurzel-Nyquist-Charakteristik mit Rolloff-Faktor $r = 0$ ausgegangen werden. In diesem Fall gilt:

$$|G_s(f)|^2 = \begin{cases} s_0^2 \cdot T^2 & \text{für } |f| < 1/(2T), \\ 0 & \text{für } |f| > 1/(2T). \end{cases}$$

- Für numerische Berechnungen ist stets $s_0^2 = 10 \text{ mW}$ zu verwenden.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 2.1** des vorliegenden Buches. Berücksichtigen Sie, dass die Sendeleistung P_S gleich der AKF $\varphi_s(\tau)$ an der Stelle $\tau = 0$ ist, aber auch als Integral über das LDS $\Phi_s(f)$ berechnet werden kann.

Fragebogen zu "A2.1: AKF und LDS nach Codierung"

- a) Welche diskreten AKF–Werte $\varphi_a(\lambda)$ der Amplitudenkoeffizienten ergeben sich?
Geben Sie die Zahlenwerte für $\lambda = 0$, $\lambda = 1$ und $\lambda = 2$ ein.

$$\varphi_a(\lambda = 0) =$$

$$\varphi_a(\lambda = 1) =$$

$$\varphi_a(\lambda = 2) =$$

- b) Welche Sendeleistung ergibt sich mit dem NRZ–Sendegrundimpuls?

$$\text{NRZ–Rechteck: } P_S = \quad \text{mW}$$

- c) Wie groß ist die Sendeleistung bei Wurzel–Nyquist–Charakteristik ($r = 0$)?

$$\text{Wurzel–Nyquist: } P_S = \quad \text{mW}$$

Z2.1: Zur äquivalenten Bitrate

Die obere Darstellung zeigt das Quellsignal $q(t)$ einer redundanzfreien Binärquelle mit Bitdauer T_q und Bitrate R_q . Die beiden Signalparameter T_q und R_q können der Skizze entnommen werden.

Dieses Binärsignal wird symbolweise codiert und ergibt das unten gezeichnete Codersignal $c(t)$. Alle möglichen Codesymbole kommen in dem dargestellten Signalausschnitt der Dauer $6 \mu\text{s}$ vor.

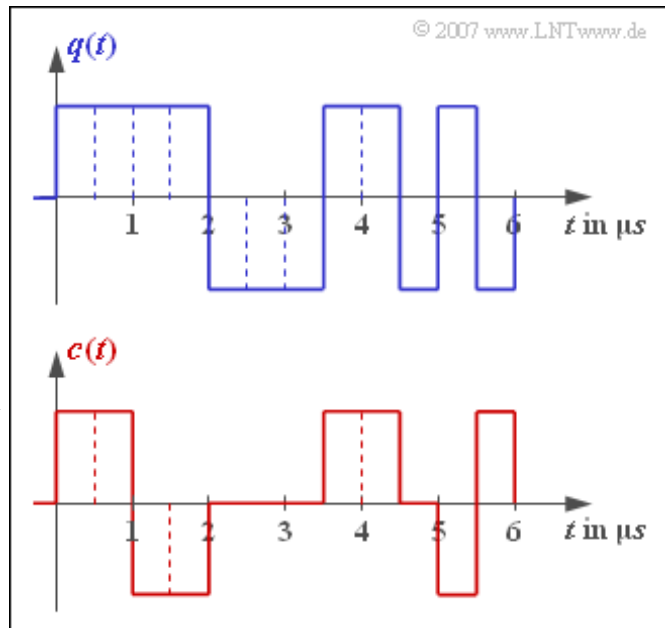
Mit der Stufenzahl M_c und der Symboldauer T_c kann man die äquivalente Bitrate – oder den Informationsfluss – des Codersignals angeben:

$$R_c = \frac{\log_2(M_c)}{T_c}.$$

Daraus erhält man die relative Redundanz des Codes, wenn man wie hier davon ausgeht, dass die Quelle selbst redundanzfrei ist:

$$r_c = \frac{R_c - R_q}{R_c}.$$

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.1** dieses Buches. Bei dem hier betrachteten Übertragungscode handelt es sich um den Bipolarcode zweiter Ordnung, was jedoch für die Lösung dieser Aufgabe nicht von Bedeutung ist.



Fragebogen zu "Z2.1: Zur äquivalenten Bitrate"

a) Geben Sie Bitdauer (T_q) und Bitrate (R_q) der Quelle an.

$$T_q = \quad \mu\text{s}$$

$$R_q = \quad \text{Mbit/s}$$

b) Wie groß sind Symboldauer (T_c) und Stufenzahl (M_c) des Codersignals?

$$T_c = \quad \mu\text{s}$$

$$M_c =$$

c) Wie groß ist die äquivalente Bitrate R_c des Codersignals?

$$R_c = \quad \text{Mbit/s}$$

d) Geben Sie die relative Redundanz des Codes an.

$$r_c = \quad \%$$

A2.2: Binäre bipolare Rechtecke

Wir gehen von folgendem Signal aus:

$$s(t) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} a_{\nu} \cdot g_s(t - \nu \cdot T).$$

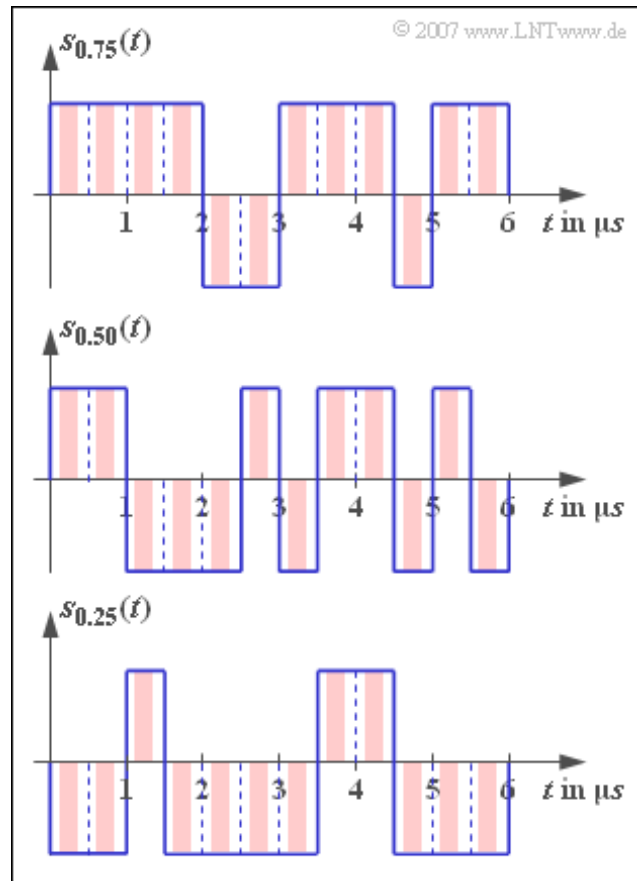
Der Sendegrundimpuls $g_s(t)$ wird in dieser Aufgabe stets als rechteckförmig angenommen, wobei das NRZ-Format (blaue Signalverläufe in der Grafik) als auch das RZ-Format mit dem Tastverhältnis $T_S/T = 0.5$ (rote Signalverläufe) zu untersuchen ist.

Die Amplitudenkoeffizienten besitzen die folgenden Eigenschaften:

- Sie sind binär und bipolar: $a_{\nu} \in \{-1, +1\}$.
- $\langle a_{\nu} \rangle$ weist keine statistischen Bindungen auf.
- Die Wahrscheinlichkeiten für die beiden möglichen Werte ± 1 lauten mit $0 < p < 1$:

$$\Pr(a_{\nu} = +1) = p,$$

$$\Pr(a_{\nu} = -1) = 1 - p.$$



Die drei in der Grafik dargestellten Signalausschnitte gelten für $p = 0.75$, $p = 0.50$ und $p = 0.25$.

Im Laufe dieser Aufgabe wird auf folgende Beschreibungsgrößen Bezug genommen:

- $m_a = E[a_{\nu}]$ gibt den linearen Mittelwert der Amplitudenkoeffizienten an, und $m_{2a} = E[a_{\nu}^2]$ ist der quadratische Mittelwert. Damit kann auch die Varianz $\sigma_a^2 = m_{2a} - m_a^2$ berechnet werden.
- Die diskrete AKF der Amplitudenkoeffizienten ist $\varphi_a(\lambda) = E[a_{\nu} \cdot a_{\nu + \lambda}]$. Es gilt hier:

$$\varphi_a(\lambda) = \begin{cases} m_2 & \text{für } \lambda = 0, \\ m_1^2 & \text{für } \lambda \neq 0. \end{cases}$$

- Die Energie-AKF des Sendegrundimpulses beträgt:

$$\varphi_{gs}^{\bullet}(\tau) = \begin{cases} s_0^2 \cdot T_S \cdot (1 - |\tau|/T_S) & \text{für } |\tau| \leq T_S \\ 0 & \text{für } |\tau| \geq T_S. \end{cases}$$

- Damit erhält man für die gesamte AKF des Sendesignals:

$$\varphi_s(\tau) = \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} 1/T \cdot \varphi_a(\lambda) \cdot \varphi_{gs}^{\bullet}(\tau - \lambda \cdot T).$$

- Das Leistungsdichtespektrum $\Phi_s(f)$ ist die Fouriertransformierte der AKF $\varphi_s(\tau)$.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.1** des Buches „Digitalsignalübertragung“.

Fragebogen zu "A2.2: Binäre bipolare Rechtecke"

a) Welche der drei dargestellten Signale sind redundanzfrei?

$s_{0.75}(t)$,

$s_{0.5}(t)$,

$s_{0.25}(t)$.

b) Wie groß ist der quadratische Mittelwert m_{2a} der Amplitudenkoeffizienten in Abhängigkeit von p ?

$p = 0.75$: $m_{2a} =$

$p = 0.50$: $m_{2a} =$

$p = 0.25$: $m_{2a} =$

c) Berechnen Sie den linearen Mittelwert m_a in Abhängigkeit von p .

$p = 0.75$: $m_a =$

$p = 0.50$: $m_a =$

$p = 0.25$: $m_a =$

d) Wie groß ist die Varianz σ_a^2 der Amplitudenkoeffizienten?

$p = 0.75$: $\sigma_a^2 =$

$p = 0.50$: $\sigma_a^2 =$

$p = 0.25$: $\sigma_a^2 =$

e) Es gelte zunächst $p = 0.5$. Skizzieren Sie die AKF $\varphi_s(\tau)$ für den NRZ- und den RZ-Grundimpuls und bewerten Sie folgende Aussagen:

Die AKF ist in beiden Fällen dreieckförmig.

Das LDS verläuft in beiden Fällen si^2 -förmig.

Die LDS-Fläche ist in beiden Fällen gleich.

Bei RZ-Impulsen beinhaltet $\Phi_s(f)$ zusätzliche Diracfunktionen.

f) Es gelte nun $p = 0.75$. Skizzieren Sie die AKF für den NRZ-Grundimpuls und bewerten Sie folgende Aussagen:

Die AKF besteht aus einem Dreieck und einem Gleichanteil.

Das LDS besteht aus einem si^2 -Anteil und einem Dirac.

Die Diracfunktion hat das Gewicht s_0^2 .

Mit $p = 0.25$ ergibt sich das gleiche Leistungsdichtespektrum.

g) Es gelte weiter $p = 0.75$. Skizzieren Sie die AKF für den RZ-Grundimpuls und bewerten Sie folgende Aussagen:

Auch hier beinhaltet das LDS einen si^2 -förmigen Anteil.

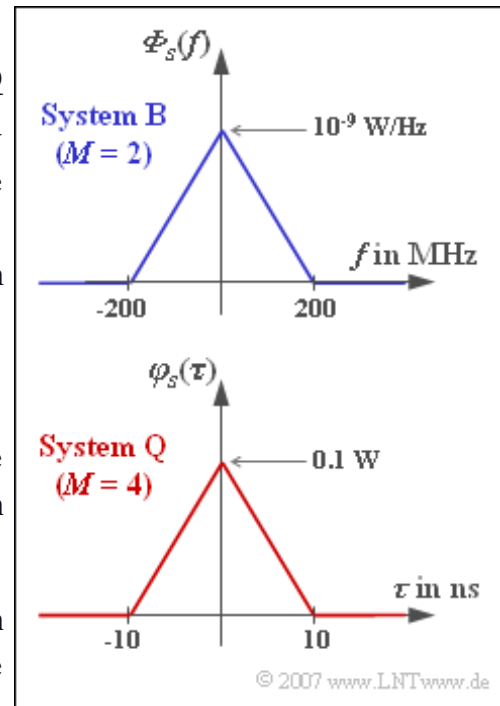
Gleichzeitig gibt es im LDS noch unendlich viele Diraclinien.

A2.3: Binär- und Quaternärsignal

Es sollen zwei redundanzfreie Übertragungssysteme **B** und **Q** jeweils mit bipolaren Amplitudenkoeffizienten a_v vergleichend gegenübergestellt werden. Beide Systeme erfüllen die erste Nyquistbedingung. Gemäß der Wurzel-Wurzel-Aufteilung ist das Spektrum $G_d(f)$ des Detektionsgrundimpulses förmgleich mit der spektralen Leistungsdichte $\Phi_s(f)$ des Sendesignals.

Bekannt sind folgende Eigenschaften der beiden Systeme:

- Vom binären System **B** ist die spektrale Leistungsdichte $\Phi_s(f)$ am Sender bekannt und in der Grafik zusammen mit den Beschreibungsparametern dargestellt.
- Das System **Q** benutzt ein NRZ-Rechtecksignal mit den vier möglichen Amplitudenwerten $\pm s_0$ und $\pm s_0/3$, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.
- s_0^2 hat die Einheit einer Leistung und gibt die maximale Momentanleistung an, die nur dann auftritt, wenn eines der beiden „äußeren Symbole“ gesendet wird.
- Die Beschreibungsparameter von System **Q** können der dreieckförmigen AKF in nebenstehender Grafik entnommen werden.



Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf **Kapitel 2.1** und **Kapitel 2.2** dieses Buches. Berücksichtigen Sie bei der Lösung, dass bei einem stochastischen Signal die Autokorrelationsfunktion (AKF) und das Leistungsdichtespektrum (LDS) stets über die Fouriertransformation zusammenhängen.

Fragebogen zu "A2.3: Binär- und Quaternärsignal"

a) Welche Symboldauer T hat das Binärsystem mit Nyquisteigenschaft?

System B: $T =$ ns

b) Wie groß ist die (äquivalente) Bitrate des Binärsystems?

System B: $R_B =$ Mbit/s

c) Welche Leistung besitzt das binäre Sendesignal?

System B: $P_S =$ mW

d) Welche Aussagen sind bezüglich des Binärsystems zutreffend?

- Die AKF $\varphi_s(\tau)$ des Sendesignals ist si^2 -förmig.
- Die Energie-AKF $\varphi_{g_s}(\tau)$ des Grundimpulses ist si^2 -förmig.
- Der Sendegrundimpuls $g_s(t)$ selbst ist si^2 -förmig.

e) Welche Symboldauer weist das Quaternärsystem auf?

System Q: $T =$ ns

f) Wie groß ist die äquivalente Bitrate des Quaternärsignals?

System Q: $R_B =$ Mbit/s

g) Welche Leistung besitzt das quaternäre Sendesignal?

System Q: $P_S =$ mW

h) Welche maximale momentane Sendeleistung besitzt das Quaternärsignal?

System Q: $s_0^2 =$ mW

A2.4: Dual- & Graycodierung

Die beiden dargestellten Signale $s_1(t)$ und $s_2(t)$ sind zwei unterschiedliche Realisierungen eines redundanzfreien quaternären Sendesignals, die beide vom blau gezeichneten Quellensignal $q(t)$ abgeleitet wurden. Bei einem der Sendesignale wurde der sog. **Dualcode** mit der Zuordnung

$$\begin{aligned} LL &\Leftrightarrow -s_0, & LH &\Leftrightarrow -s_0/3, \\ HL &\Leftrightarrow +s_0/3, & HH &\Leftrightarrow +s_0 \end{aligned}$$

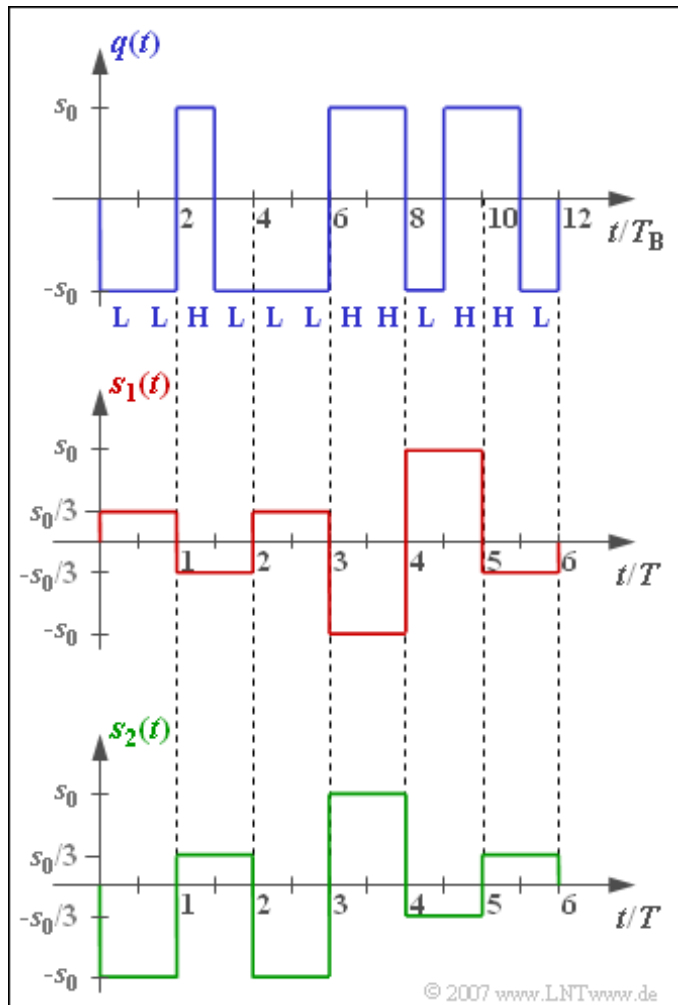
verwendet, beim anderen eine bestimmte Form eines **Graycodes**. Dieser zeichnet sich dadurch aus, dass sich die Binärdarstellung benachbarter Amplitudenwerte immer nur in einem einzigen Bit unterscheiden.

Bei der Lösung der Aufgabe soll von folgenden Voraussetzungen ausgegangen werden:

- Die Amplitudenstufen liegen bei $\pm 3V$ und $\pm 1V$. Die Entscheidungsschwellen liegen in der Mitte zwischen zwei benachbarten Amplitudenwerten, also bei $-2V$, $0V$ und $+2V$.
- Der Rauscheffektivwert ist σ_d . Dieser ist so zu wählen, dass die Verfälschungswahrscheinlichkeit vom äußeren Symbol ($+s_0$) zum nächstgelegenen Symbol ($+s_0/3$) genau $p = 1\%$ beträgt.
- Verfälschungen zu nicht benachbarten Symbolen können ausgeschlossen werden; bei Gaußschen Störungen ist diese Vereinfachung in der Praxis stets erlaubt.
- Man unterscheidet grundsätzlich zwischen der **Symbolfehlerwahrscheinlichkeit** p_S (bezogen auf das Quaternärsignal) und der **Bitfehlerwahrscheinlichkeit** p_B (bezogen auf das Quellensignal).

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 2.2**. Zur numerischen Auswertung der Q-Funktion können Sie das folgende Interaktionsmodul benutzen:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktionen



Fragebogen zu "A2.4: Dual- & Graycodierung"

a) Welches der Signale $s_1(t)$ bzw. $s_2(t)$ verwendet eine Graycodierung?

$s_1(t)$ verwendet eine Graycodierung.

$s_2(t)$ verwendet eine Graycodierung.

b) Bestimmen Sie den Rauscheffektivwert aus der angegebenen Bedingung.

$$\sigma_d = \quad \text{V}$$

c) Welche Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich mit dem Graycode?

$$\text{Graycode: } p_S = \quad \%$$

d) Welche Bitfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich mit dem Graycode?

$$\text{Graycode: } p_B = \quad \%$$

e) Welche Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich mit dem Dualcode?

$$\text{Dualcode: } p_S = \quad \%$$

f) Welche Bitfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich mit dem Dualcode?

$$\text{Dualcode: } p_B = \quad \%$$

Z2.4: p_S und p_B bei einem Oktalsystem

Es wird ein Digitalsystem mit $M = 8$ Amplitudenstufen (Oktalsystem) betrachtet, dessen $M - 1 = 7$ Entscheidungsschwellen genau bei den jeweiligen Intervallmitten liegen. Ein jeder der gleichwahrscheinlichen Amplitudenkoeffizienten a_μ ($1 \leq \mu \leq 8$) kann nur in die unmittelbaren Nachbarkoeffizienten $a_{\mu-1}$ bzw. $a_{\mu+1}$ verfälscht werden und zwar in beiden Richtungen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $p = 0.01$. Hierzu einige Beispiele:

- a_5 geht mit $p = 0.01$ in den Koeffizienten a_4 über und mit der gleichen Wahrscheinlichkeit in den Koeffizienten a_6 .
- a_8 wird mit der Wahrscheinlichkeit p in den Koeffizienten a_7 verfälscht; in anderer Richtung ist keine Verfälschung möglich.

μ	Zufall	Gray
1	H L L	x L L
2	H H H	x L H
3	L L L	x H H
4	L H H	x H L
5	H H L	x x x
6	H L H	x x x
7	L L H	x x x
8	L H L	x x x

© 2007 www.LNTwww.de

Die Zuordnung von jeweils drei binären Quellensymbolen in einen oktalen Amplitudenkoeffizienten geschieht alternativ entsprechend

- der zweiten Spalte in der angegebenen Tabelle, die „zufällig“ – ohne Strategie – generiert wurde,
- der Graycodierung, die in Spalte 3 nur unvollständig angegeben und noch zu ergänzen ist.

Angegeben ist der Graycode für $M = 4$. Bei $M = 8$ sind die beiden letzten Binärzeichen an der gestrichelt eingezeichneten Linie zu spiegeln. Für die ersten vier Amplitudenkoeffizienten ist an der ersten Stelle ein L zu ergänzen, für a_5, \dots, a_8 das Binärsymbol H.

Für die beiden Zuordnungen „Zufall“ und „Gray“ sollen berechnet werden:

- die **Symbolfehlerwahrscheinlichkeit** p_S , die in beiden Fällen gleich ist; diese Größe gibt die mittlere Verfälschungswahrscheinlichkeit eines Amplitudenkoeffizienten a_μ an,
- die **Bitfehlerwahrscheinlichkeit** p_B bezogen auf die (decodierten) Binärsymbole.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themenbereich von **Kapitel 2.2**.

Fragebogen zu "Z2.4: p_S und p_B bei einem Oktalsystem"

a) Welchem Amplitudenkoeffizienten a_μ entsprechen beim Graycode die binären Folgen „LHH“ bzw. „HLL“? Bitte Index μ eingeben ($1 < \mu < 8$).

LHH: $\mu =$

HLL: $\mu =$

b) Berechnen Sie die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit.

$p_S =$ %

c) Berechnen Sie die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für den Graycode.

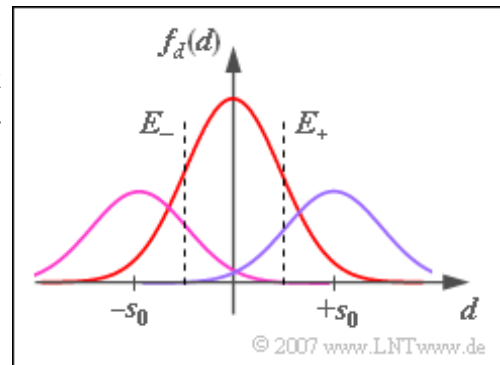
Graycode: $p_B =$ %

d) Berechnen Sie die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für den „Zufallscode“.

Zufallscode: $p_B =$ %

A2.5: Ternäre Signalübertragung

Betrachtet wird ein ternäres Übertragungssystem ($M = 3$) mit den möglichen Amplitudenwerten $-s_0$, 0 und $+s_0$. Bei der Übertragung addiert sich dem Signal ein additives Gaußsches Rauschen mit dem Effektivwert σ_d . Die Rückgewinnung des dreistufigen Digitalsignals beim Empfänger geschieht mit Hilfe von zwei Entscheidungsschwellen bei E_- bzw. E_+ .



Zunächst werden die Auftretswahrscheinlichkeiten von den drei Eingangssymbolen als gleichwahrscheinlich angenommen:

$$p_- = \Pr(-s_0) = 1/3, \quad p_0 = \Pr(0) = 1/3, \quad p_+ = \Pr(+s_0) = 1/3.$$

Die Entscheidungsschwellen liegen vorerst mittig bei $E_- = -s_0/2$ und $E_+ = +s_0/2$.

Ab der Teilaufgabe c) gelten für die Symbolwahrscheinlichkeiten $p_- = p_+ = 1/4$ und $p_0 = 1/2$, wie in der Grafik dargestellt. Für diese Konstellation soll durch Variation der Entscheidungsschwellen E_- und E_+ die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit p_S minimiert werden.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.2**. Für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit p_S eines M -stufigen Nachrichtenübertragungssystems mit gleichwahrscheinlichen Eingangssymbolen und Schwellenwerten genau in der Mitte zwischen zwei benachbarten Amplitudenstufen gilt:

$$p_S = \frac{2 \cdot (M - 1)}{M} \cdot Q \left(\frac{s_0}{(M - 1) \cdot \sigma_d} \right).$$

Die Fehlerwahrscheinlichkeitswerte gemäß der Q - bzw. der erfc -Funktion können Sie mit folgendem Interaktionsmodul numerisch ermitteln:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktionen

Verwenden Sie zur Überprüfung der Ergebnisse das Berechnungsmodul

Symbolfehlerwahrscheinlichkeit von Digitalsystemen

Fragebogen zu "A2.5: Ternäre Signalübertragung"

a) Welche Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich mit dem (normierten) Rauscheffektivwert $\sigma_d/s_0 = 0.25$ bei gleichwahrscheinlichen Symbolen?

$$p_0 = 1/3, \sigma_d = 0.25 : p_S = \quad \%$$

b) Wie ändert sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit mit $\sigma_d/s_0 = 0.5$?

$$p_0 = 1/3, \sigma_d = 0.5 : p_S = \quad \%$$

c) Welcher Wert ergibt sich mit $p_- = p_+ = 0.25$ und $p_0 = 0.5$?

$$p_0 = 1/2, \sigma_d = 0.5 : p_S = \quad \%$$

d) Bestimmen Sie die optimalen Schwellen E_+ und $E_- = -E_+$ für $p_0 = 1/2$.

$$p_0 = 1/2, \sigma_d = 0.5 : E_{+, \text{opt}} =$$

e) Welche Fehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich bei optimalen Schwellen?

$$\text{optimale Schwellen: } p_S = \quad \%$$

f) Wie lauten die optimalen Schwellenwerte für $p_0 = 0.2$ und $p_- = p_+ = 0.4$?

$$p_0 = 0.2, \sigma_d = 0.5 : E_{+, \text{opt}} =$$

g) Welche Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich nun? Interpretation.

$$\text{optimale Schwellen: } p_S = \quad \%$$

Fragebogen zu "A2.6: Modifizierter MS43-Code"

a) Warum wird bei ISDN statt des redundanzfreien Binär codes ein 4B3T-Code verwendet?

- 4B3T ist immer besser als der redundanzfreie Binär code.
- Das Sendesignal sollte wegen $H_K(0) = 0$ gleichsignalfrei sein.
- Kleinere Schrittgeschwindigkeit erlaubt größere Kabellänge.

b) Codieren Sie die binäre Folge „HHLL LHLL LHHL HLHL“ (mit $\Sigma_0 = 0$). Wie lautet der Amplitudenkoeffizient des dritten Ternärsymbols des vierten Blocks?

$$a_{12} =$$

c) Ermitteln Sie das Markovdiagramm für den Übergang von Σ_l auf Σ_{l+1} . Welche Übergangswahrscheinlichkeiten ergeben sich?

$$\Pr(\Sigma_{l+1} = 0 \mid \Sigma_l = 0) =$$

$$\Pr(\Sigma_{l+1} = 2 \mid \Sigma_l = 0) =$$

$$\Pr(\Sigma_{l+1} = 0 \mid \Sigma_l = 2) =$$

d) Welche Eigenschaften folgen aus dem Markovdiagramm?

- Gleiche Wahrscheinlichkeiten: $\Pr(\Sigma_l = 0) = \dots = \Pr(\Sigma_l = 3)$.
- Es gilt $\Pr(\Sigma_l = 0) = \Pr(\Sigma_l = 3)$ und $\Pr(\Sigma_l = 1) = \Pr(\Sigma_l = 2)$.
- Die Extremwerte (0 bzw. 3) treten seltener auf als 1 oder 2.

Z2.6: 4B3T-Code nach Jessop und Waters

Die Grafik zeigt die zwei Codetabellen für den 4B3T-Code nach Jessop und Waters. Je nach dem aktuellen Wert der laufenden digitalen Summe

$$\Sigma_l = \sum_{\nu=1}^{3 \cdot l} a_\nu$$

gibt es für jedes binäre Eingangstupel „LLLL“ ... „HHHH“ zwei unterschiedliche ternäre Codefolgen. In der Tabelle stehen „+“ und „-“ für die Amplitudenkoeffizienten $a_\nu = +1$ bzw. $a_\nu = -1$.

Die Laufvariable l kennzeichnet die einzelnen Blöcke.

In der Aufgabe wird von den folgenden sechs Eingangsblöcken ausgegangen: **LLHL HLLH LHHH HLLH HLHH HHLH**.

Die laufende digitale Summe ist mit $\Sigma_0 = 0$ (Teilaufgaben bis einschließlich d) bzw. $\Sigma_0 = 5$ (Teilaufgabe e) initialisiert.

Binärwort	laufende digitale Summe $\Sigma_l =$	
	0; 1; 2	3; 4; 5
LLLL	+ 0 -	+ 0 -
LLLH	- + 0	- + 0
LLHL	0 - +	0 - +
LLHH	+ - 0	+ - 0
LHLL	+ + 0	- - 0
LHLH	0 + +	0 - -
LHHL	+ 0 +	- 0 -
LHHH	+ + +	- - -
HLLL	+ + -	- - +
HLLH	- + +	+ - -
HLHL	+ - +	- + -
HLHH	+ 0 0	- 0 0
HHLL	0 + 0	0 - 0
HHLH	0 0 +	0 0 -
HHHL	0 + -	0 + -
HHHH	- 0 +	- 0 +

© 2007 www.LNTwww.de

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.3**. Die Binärsymbole werden in diesem Lerntutorial mit **L** („Low“) und **H** („High“) bezeichnet. Häufig findet man in der Literatur auch die Binärsymbole **L** und **0** (statt **H**). Manchmal entspricht aber auch **L** unserem **H** und **0** unserem **L**.

Damit eine solche Verwirrung vermieden wird und die „0“ nicht in beiden Alphabeten (binär und ternär) – dazu noch mit unterschiedlicher Bedeutung – auftritt, wurde in *LNTwww* die zugegebenerweise etwas gewöhnungsbedürftige Nomenklatur verwendet. Wir sind uns durchaus bewusst, dass auch unsere Nomenklatur manche Leser verwirren wird.

Sie können die Ergebnisse mit dem Interaktionsmodul **Prinzip der 4B3T-Codierung** überprüfen.

Fragebogen zu "Z2.6: 4B3T-Code nach Jessop und Waters"

a) Codieren Sie die Eingangsfolge „LLHL HLLH LHHH HLLH HLHH HHLH“ ausgehend vom Initialwert $\Sigma_0 = 0$. Wie lautet die ternäre Ausgangsfolge?

- 0 - + - + + - - - - + + + + 0 0 0 0 0 +,
- 0 - + - + + + + + + - - - - 0 0 0 0 0 +,
- 0 - + + - - - - - - - - + + + + 0 0 0 0 0 - .

b) Welchen Wert hat die laufende digitale Summe nach Codierung der 6 Blöcke?

$$\Sigma_6 =$$

c) Wieviele Ternärwerte „+1“ können maximal aufeinanderfolgen?

$$K_{+1} =$$

d) Wieviele Ternärwerte „0“ können maximal aufeinanderfolgen?

$$K_0 =$$

e) Welchen Wert hat die laufende digitale Summe nach Codierung der 6 Blöcke, wenn von $\Sigma_0 = 5$ ausgegangen wird?

$$\Sigma_6 =$$

A2.7: AMI-Code

Die Grafik zeigt das Blockschaltbild zur AMI-Codierung, wobei von den binären bipolaren Amplitudenkoeffizienten $q_v \in \{-1, +1\}$ am Eingang ausgegangen wird. Diese Umcodierung erfolgt zweistufig:

- Im ersten Teil des Blockschaltbildes wird bei jedem Taktschritt ein binär-vorcodiertes Symbol b_v aus der Modulo-2-Addition von q_v und b_{v-1} erzeugt. Es gilt $b_v \in \{-1, +1\}$.
- Danach wird durch eine herkömmliche Subtraktion der aktuelle Amplitudenkoeffizient des ternären Sendesignals $s(t)$ bestimmt. Dabei gilt:

$$a_v = 1/2 \cdot [b_v - b_{v-1}] .$$

Aufgrund der AMI-Codierung wird sichergestellt, dass keine langen „+1“- bzw. „-1“-Sequenzen entstehen. Um auch lange Nullfolgen zu vermeiden, wurden auch modifizierte AMI-Codes entwickelt:

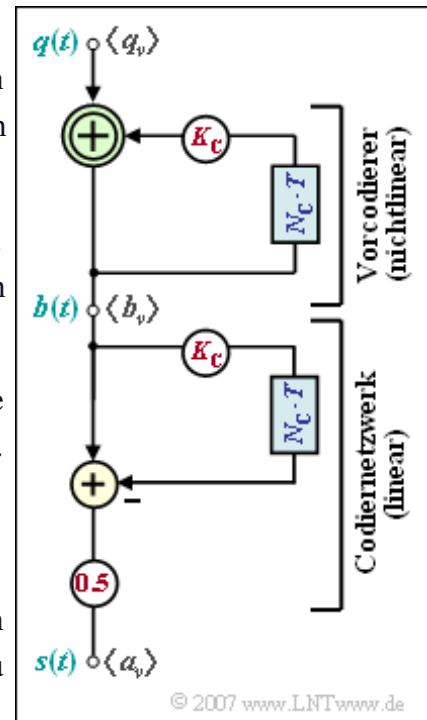
- Beim HDB3-Code werden je vier aufeinanderfolgende Nullen durch eine gezielte Verletzung der AMI-Codierregel markiert.
- Beim B6ZS-Code werden sechs aufeinanderfolgende Nullen durch eine gezielte Verletzung der AMI-Codierregel markiert.

Das Leistungsdichtespektrum $\Phi_a(f)$ der Amplitudenkoeffizienten soll aus den diskreten AKF-Werten $\varphi_a(\lambda) = E[a_v \cdot a_{v+\lambda}]$ ermittelt werden. Die Fouriertransformation lautet in dieser diskreten Darstellung:

$$\Phi_a(f) = \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} \varphi_a(\lambda) \cdot e^{-j2\pi f \lambda T} .$$

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.4**. Sie können Ihre Ergebnisse mit folgendem Interaktionsmodul überprüfen:

Signale, AKF und LDS der Pseudoternär codes



Fragebogen zu "A2.7: AMI-Code"

a) Am Eingang liegt $\langle q_v \rangle = \langle +1, -1, +1, +1, -1, +1, +1, -1, -1, -1, -1, +1 \rangle$ an. Ermitteln Sie die binär-vorcodierte Folge $\langle b_v \rangle$ mit der Vorbelegung $b_0 = -1$. Geben Sie zur Kontrolle folgende Werte ein:

$$b_1 =$$

$$b_{11} =$$

$$b_{12} =$$

b) Ermitteln Sie die Folge $\langle a_v \rangle$ der Amplitudenkoeffizienten des AMI-codierten Sendesignals $s(t)$. Geben Sie zur Ergebnisüberprüfung folgende Werte ein:

$$a_1 =$$

$$a_{11} =$$

$$a_{12} =$$

c) Würde sich ein HDB3- bzw. ein B6ZS-Signal im betrachteten Bereich ($12T$) vom AMI-Code unterscheiden?

Der HDB3-Code unterscheidet sich vom AMI-Code.

Der B6ZS-Code unterscheidet sich vom AMI-Code.

d) Wie groß sind die drei Auftretswahrscheinlichkeiten beim AMI-Code?

$$\Pr(a_v = +1) =$$

$$\Pr(a_v = 0) =$$

$$\Pr(a_v = -1) =$$

e) Berechnen Sie die beiden ersten Mittelwerte der Amplitudenkoeffizienten.

$$E[a_v] =$$

$$E[a_v^2] =$$

f) Berechnen Sie die diskrete AKF $\varphi_a(\lambda)$, insbesondere die AKF-Werte

$$\varphi_a(\lambda = 0) =$$

$$\varphi_a(\lambda = 1) =$$

$$\varphi_a(\lambda = 2) =$$

g) Wie lautet das LDS $\Phi_a(f)$? Welche Werte ergeben für $f = 0$ und $f = 1/(2T)$?

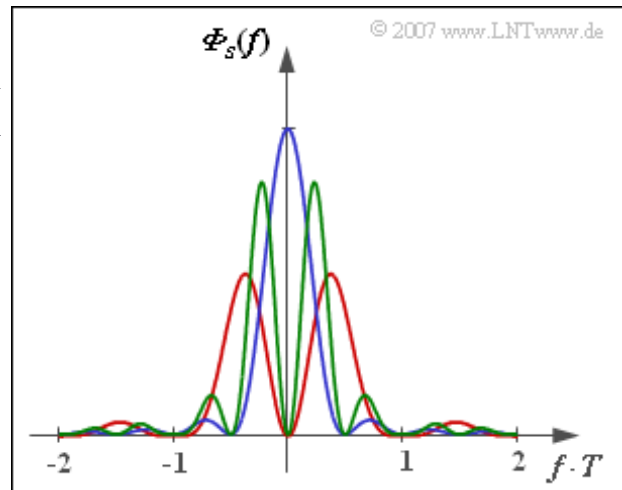
$$\Phi_a(f = 0) =$$

$$\Phi_a(f=1/(2T)) =$$

Z2.7: Pseudoternär-codes – LDS

In der Grafik sehen Sie die Leistungsdichtespektren von drei verschiedenen Pseudoternär-codes, die sich aus der allgemeinen Beschreibung gemäß **Aufgabe A2.7** durch unterschiedliche Werte der Parameter N_C und K_C ergeben. In verschiedenen Farben sind die Leistungsdichtespektren

$$\Phi_s(f) = \frac{s_0^2 \cdot T}{2} \cdot \text{si}^2(\pi f T) \cdot [1 - K_C \cdot \cos(2\pi f N_C T)]$$



für folgende Varianten dargestellt:

- AMI-Code ($N_C = 1, K_C = +1$),
- Duobinär-codes ($N_C = 1, K_C = -1$),
- Bipolar-codes zweiter Ordnung ($N_C = 2, K_C = +1$).

Bei obiger LDS-Gleichung ist die Verwendung von rechteckförmigen NRZ-Sendegrundimpulsen vorausgesetzt. Alle hier betrachteten Pseudoternär-codes besitzen dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$$\Pr[s(t) = 0] = 1/2, \quad \Pr[s(t) = +s_0] = \Pr[s(t) = -s_0] = 1/4.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 2.4**.

Sie können Ihre Ergebnisse mit folgendem Interaktionsmodul überprüfen:

Signale, AKF und LDS der Pseudoternär-codes

Fragebogen zu "Z2.7: Pseudoternär-codes – LDS"

a) Welcher Kurvenzug gehört zum AMI-Code?

- rot,
- blau,
- grün.

b) Welcher Kurvenzug gehört zum Duobinär-codierung?

- rot,
- blau,
- grün.

c) Welcher Kurvenzug gehört zum Bipolarcode zweiter Ordnung?

- rot,
- blau,
- grün.

d) Welcher Code besitzt die größte Sendeleistung?

- AMI-Code.
- Duobinär-codierung.
- Bipolarcode 2. Ordnung.
- Die Sendeleistung ist bei allen Codes gleich.

e) Welcher dieser Codes ist gleichsignalfrei?

- AMI-Code.
- Duobinär-codierung.
- Bipolarcode 2. Ordnung.

f) Warum benötigt man beim „Telefonkanal“ gleichsignalfreie Codes?

- Zur Verbindung von Leitungen unterschiedlicher Impedanz braucht man Übertrager. Diese haben Hochpasscharakter.
- Da die Stromversorgung oft über die Signalleitung erfolgt, darf das Nachrichtensignal keinen Gleichsignalanteil beinhalten.

A2.8: Vergleich Binär - AMI - 4B3T

In der Grafik sind drei Augendiagramme (ohne Rauschen) dargestellt, wobei jeweils ein rechteckförmiger NRZ-Sendegrundimpuls und für das Gesamtsystem eine Cosinus-Rolloff-Charakteristik mit Rolloff-Faktor $r = 0.8$ zugrunde liegen. Für die einzelnen Augendiagramme ist weiterhin vorausgesetzt (von oben nach unten):

- der redundanzfreie Binär code,
- der AMI-Code (ca. 37% Redundanz),
- der 4B3T-Code (ca. 16% Redundanz).

Weiter kann von folgenden Voraussetzungen ausgegangen werden:

- Es liegt AWGN-Rauschen vor, wobei gilt:

$$10 \cdot \lg s_0^2 \cdot T / N_0 = 10 \text{ dB}.$$

- Die Detektionsstörleistung hat beim Binärsystem folgenden Wert (wegen des nicht optimalen Empfangsfilters 12%-Aufschlag):

$$\sigma_d^2 = 1.12 \cdot N_0 / (2T).$$

- Die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit des Binärsystems lautet:

$$p_s = Q(s_0 / \sigma_d).$$

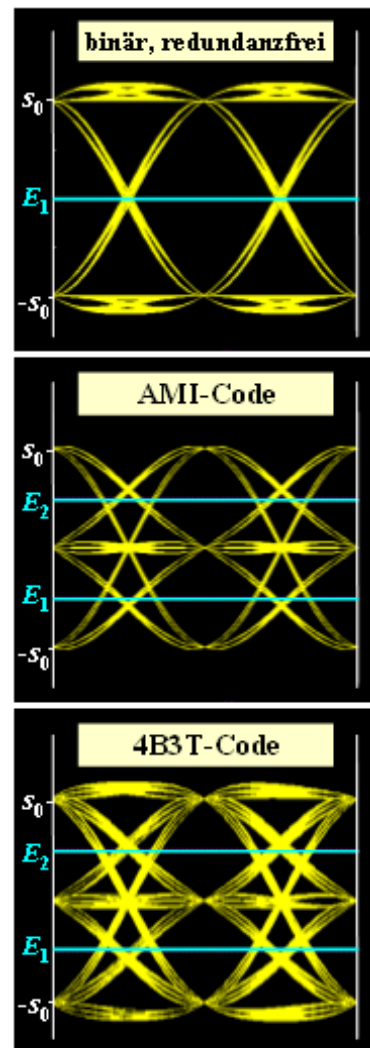
- Dagegen gilt für die beiden redundanten Ternärsysteme:

$$p_s = 4/3 \cdot Q(s_0 / (2\sigma_d)).$$

- Zu berücksichtigen ist dabei, dass sich der Rauscheffektivwert σ_d gegenüber dem redundanzfreien Binärsystem durchaus verändern kann.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.3** und das **Kapitel 2.4** des vorliegenden Buches. Zur numerischen Auswertung der Q-Funktion können Sie das folgende Interaktionsmodul verwenden:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktionen



© 2007 www.LNTwww.de

Fragebogen zu "A2.8: Vergleich Binär - AMI - 4B3T"

a) Berechnen Sie den (normierten) Rauscheffektivwert für das Binärsystem.

$$\text{binär: } \sigma_d/s_0 =$$

b) Wie groß ist die Fehlerwahrscheinlichkeit des Binärsystems?

$$\text{binär: } p_S =$$

c) Wie groß ist der Rauscheffektivwert beim System mit AMI-Codierung?

$$\text{AMI: } \sigma_d/s_0 =$$

d) Welche Auswirkungen hat dies auf die Fehlerwahrscheinlichkeit?

$$\text{AMI: } p_S =$$

e) Welcher Rauscheffektivwert ergibt sich bei Verwendung des 4B3T-Codes?

$$\text{4B3T: } \sigma_d/s_0 =$$

f) Zu welcher Fehlerwahrscheinlichkeit führt demnach der 4B3T-Code?

$$\text{4B3T: } p_S =$$