

A3.1: Koaxialkabel - Impulsantwort

Der Frequenzgang eines Koaxialkabels der Länge l ist durch folgende Formel darstellbar:

$$H_K(f) = e^{-\alpha_0 \cdot l} \cdot e^{-(\alpha_1 + j \cdot \beta_1) \cdot f \cdot l} \cdot e^{-(\alpha_2 + j \cdot \beta_2) \cdot \sqrt{f} \cdot l}$$

Der erste Term dieser Gleichung ist auf die Ohmschen Verluste zurückzuführen und der zweite Term auf die Querverluste. Dominant ist jedoch der Skineneffekt, der durch den dritten Term ausgedrückt wird.

Mit den für ein so genanntes Normalkoaxialkabel (2.6 mm Kerndurchmesser und 9.5 mm Außendurchmesser) gültigen Koeffizienten

$$\alpha_2 = 0.2722 \frac{\text{Np}}{\text{km} \cdot \sqrt{\text{MHz}}}, \quad \beta_2 = 0.2722 \frac{\text{rad}}{\text{km} \cdot \sqrt{\text{MHz}}}$$

lässt sich dieser Frequenzgang auch wie folgt darstellen:

$$H_K(f) \approx e^{-0.2722 \cdot l/\text{km} \cdot \sqrt{f/\text{MHz}}} \cdot e^{-j \cdot 0.2722 \cdot l/\text{km} \cdot \sqrt{f/\text{MHz}}}$$

Das heißt: Der Dämpfungsverlauf $a_K(f)$ und der Phasenverlauf $b_K(f)$ sind bis auf die Pseudoeinheiten „Np“ bzw. „rad“ identisch.

Definiert man die charakteristische Kabeldämpfung a_* bei der halben Bitrate ($R_B/2$), so kann man Digitalssysteme unterschiedlicher Bitrate und Länge einheitlich behandeln:

$$a_* = a_K(f = R_B/2) \Rightarrow H_K(f) = e^{-a_* \cdot \sqrt{2f/R_B}} \cdot e^{-j \cdot a_* \cdot \sqrt{2f/R_B}} \quad \text{mit } a_* \text{ in Np.}$$

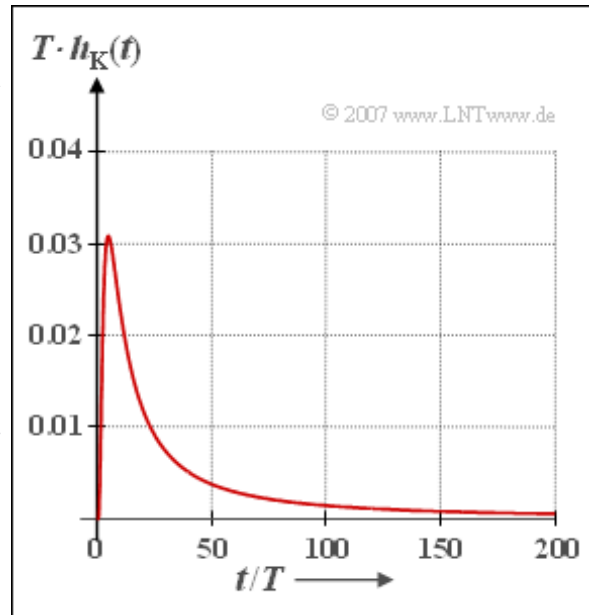
Der entsprechende dB-Wert ist um den Faktor 8.688 größer. Bei einem Binärsystem gilt $R_B = 1/T$, so dass sich dann die charakteristische Kabeldämpfung auf die Frequenz $f = 1/(2T)$ bezieht.

Die Fouriertransformierte von $H_K(f)$ liefert die Impulsantwort $h_K(t)$, die für ein Koaxialkabel mit den hier beschriebenen Näherungen in geschlossen-analytischer Form angebar ist. Für ein Binärsystem gilt:

$$h_K(t) = \frac{a_* / T}{\sqrt{2\pi^2 \cdot (t/T)^3}} \cdot \exp\left[-\frac{a_*^2}{2\pi \cdot t/T}\right] \quad \text{mit } a_* \text{ in Np.}$$

Die Teilaufgabe e) bezieht sich auf den Empfangsgrundimpuls $g_r(t) = g_s(t) * h_K(t)$, wobei für $g_s(t)$ ein Rechteckimpuls mit der Höhe s_0 und der Dauer T angenommen werden soll.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.1** dieses Buches und auf das **Kapitel 4** des Buches „Lineare zeitinvariante Systeme“.



Fragebogen zu "A3.1: Koaxialkabel - Impulsantwort"

a) Wie groß ist die Länge l eines Normalkoaxialkabels, wenn sich für die Bitrate $R_B = 140$ Mbit/s die charakteristische Kabeldämpfung zu $a_* = 60$ dB ergibt?

$$l = \quad \text{km}$$

b) Zu welcher Zeit t_{\max} besitzt $h_K(t)$ sein Maximum? Es gelte weiter $a_* = 60$ dB.

$$t_{\max}/T =$$

c) Wie groß ist der Maximalwert der Impulsantwort?

$$\text{Max } [h_K(t)] = \quad 1/T$$

d) Ab welcher Zeit $t_{5\%}$ ist $h_K(t)$ kleiner als 5% des Maximums? Berücksichtigen Sie als Näherung nur den ersten Term der angegebenen Formel.

$$t_{5\%}/T =$$

e) Welche Aussagen treffen für den Empfangsgrundimpuls $g_r(t)$ zu?

- $g_r(t)$ ist doppelt so breit wie $h_K(t)$.
- Es gilt näherungsweise $g_r(t) = h_K(t) \cdot s_0 \cdot T$.
- $g_r(t)$ kann durch einen Gaußimpuls angenähert werden.

Z3.1: Koaxialkabel - Frequenzgang

Ein so genanntes Normalkoaxialkabel mit dem Kerndurchmesser 2.6 mm, dem Außendurchmesser 9.5 mm und der Länge l besitzt den folgenden Frequenzgang:

$$H_K(f) = e^{-\alpha_0 \cdot l} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot l \cdot f} \cdot e^{-\alpha_2 \cdot l \cdot \sqrt{f}} \cdot e^{-j \cdot \beta_1 \cdot l \cdot f} \cdot e^{-j \cdot \beta_2 \cdot l \cdot \sqrt{f}}$$

Die Dämpfungsparameter α_0 , α_1 und α_2 sind in Neper (Np), die Phasenparameter β_1 und β_2 in Radian (rad) einzusetzen.

Es gelten folgende Zahlenwerte:

$$\alpha_0 = 0.00162 \frac{\text{Np}}{\text{km}}, \quad \alpha_1 = 0.000435 \frac{\text{Np}}{\text{km} \cdot \text{MHz}}, \quad \alpha_2 = 0.2722 \frac{\text{Np}}{\text{km} \cdot \sqrt{\text{MHz}}}$$



Häufig verwendet man zur systemtheoretischen Beschreibung eines **linearen zeitinvarianten Systems**

- die Dämpfungsfunktion (in Np bzw. dB):

$$a_K(f) = -\ln |H_K(f)| = -20 \cdot \lg |H_K(f)|,$$

- die Phasenfunktion (in rad bzw. Grad)

$$b_K(f) = -\arg H_K(f).$$

In der Praxis benutzt man häufig die Näherung

$$H_K(f) = e^{-\alpha_2 \cdot l \cdot \sqrt{f}} \cdot e^{-j \cdot \beta_2 \cdot l \cdot \sqrt{f}} \Rightarrow a_K(f) = \alpha_2 \cdot l \cdot \sqrt{f}, \quad b_K(f) = a_K(f) \cdot \frac{\text{rad}}{\text{Np}}.$$

Dies ist erlaubt, da α_2 und β_2 genau den gleichen Zahlenwert – nur unterschiedliche Pseudoeinheiten – besitzen. Mit der Definition der charakteristischen Kabeldämpfung (in Neper bzw. Dezibel)

$$a_{*(\text{Np})} = a_K(f = R_B/2) = 0.1151 \cdot a_{*(\text{dB})}$$

lassen sich zudem Digitalssysteme mit unterschiedlicher Bitrate R_B und Kabellänge l einheitlich behandeln.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.1** dieses Buches sowie auf das **Kapitel 4** des Buches „Lineare zeitinvariante Systeme“.

Fragebogen zu "Z3.1: Koaxialkabel - Frequenzgang"

a) Welche Terme von $H_K(f)$ führen zu keinen Verzerrungen? Der

- α_0 -Term,
- α_1 -Term,
- α_2 -Term,
- β_1 -Term,
- β_2 -Term.

b) Welche Länge l_{\max} könnte ein solches Kabel besitzen, damit ein Gleichsignal um nicht mehr als 1% gedämpft wird?

$$l_{\max} = \quad \text{km}$$

c) Welche Dämpfung (in Np) ergibt sich bei der Frequenz $f = 70$ MHz, wenn die Kabellänge $l = 2$ km beträgt?

$$l = 2 \text{ km: } a_K(f = 70 \text{ MHz}) = \quad \text{Np}$$

d) Welche Dämpfung ergibt sich bei sonst gleichen Voraussetzungen, wenn man nur den α_2 -Term berücksichtigt?

$$\text{nur } \alpha_2: a_K(f = 70 \text{ MHz}) = \quad \text{Np}$$

e) Wie lautet die Formel für die Umrechnung zwischen Np und dB? Welcher dB-Wert ergibt sich für die unter d) berechnete Dämpfung?

$$\text{nur } \alpha_2: a_K(f = 70 \text{ MHz}) = \quad \text{dB}$$

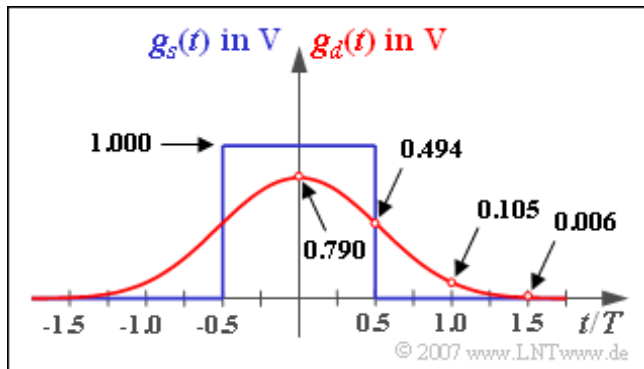
f) Welche der Aussagen sind unter der Voraussetzung zutreffend, dass man sich bezüglich der Dämpfungsfunktion auf den α_2 -Wert beschränkt?

- Man kann auch auf den Phasenterm mit β_1 verzichten.
- Man kann auch auf den Phasenterm mit β_2 verzichten.
- $a_* \approx 40$ dB gilt für ein System mit $R_B = 70$ Mbit/s und $l = 2$ km.
- $a_* \approx 40$ dB gilt für ein System mit $R_B = 140$ Mbit/s und $l = 2$ km.
- $a_* \approx 40$ dB gilt für ein System mit $R_B = 560$ Mbit/s und $l = 1$ km.

A3.2: Gauß-Auge

Gegeben sei ein binäres bipolares redundanzfreies Basisbandsystem mit der Bitrate $R_B = 100 \text{ Mbit/s}$ und folgenden Eigenschaften:

- Die Sendeimpulse seien rechteckförmig, die möglichen Amplitudenwerte sind $\pm 1 \text{ V}$.
- Die AWGN-Rauschleistungsdichte (auf den Widerstand 1Ω bezogen) ist $10^{-9} \text{ V}^2/\text{Hz}$.



- Als Empfangsfilter wird ein Gaußtieffpass mit der Grenzfrequenz $f_G = 50 \text{ MHz}$ verwendet. Der Frequenzgang lautet:

$$H_G(f) = e^{-\pi \cdot f^2 / (2f_G)^2}$$

- Der Detektionsgrundimpuls $g_d(t) = g_s(t) * h_G(t)$ ist in der Grafik dargestellt (rote Kurve). Einige markante Impulswerte sind angegeben.
- Die Detektionsrauschleistung kann mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$\sigma_d^2 = N_0/2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_G(f)|^2 df$$

Zur Bestimmung der Fehlerwahrscheinlichkeit kann man zum Beispiel das Augendiagramm heranziehen.

- Die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit p_S ergibt sich daraus nach einer Mittelung über alle möglichen Detektionsnutzabstastwerte.
- Als eine obere Schranke für p_S dient die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit

$$p_U = Q\left(\frac{\ddot{\sigma}(T_D)/2}{\sigma_d}\right) \quad \text{mit} \quad \frac{\ddot{\sigma}(T_D)}{2} = g_d(t=0) - |g_d(t=T)| - |g_d(t=-T)| - \dots$$

Hierbei bezeichnet $\ddot{\sigma}(T_D)$ die vertikale Augenöffnung. Der Detektionszeitpunkt $T_D = 0$ sei optimal gewählt.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.2** Verwenden Sie zur numerischen Auswertung der Q-Funktion das folgende Interaktionsmodul:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktionen

Fragebogen zu "A3.2: Gauß-Auge"

a) Wie groß ist die Symboldauer?	$T =$	ns
b) Wie groß ist der Effektivwert des Detektionsrauschsignals?	$\sigma_d =$	V
c) Wie lauten die Detektionsgrundimpulswerte $g_v = g_d(v \cdot T)$, insbesondere	$g_0 =$	V
	$g_1 =$	V
	$g_2 =$	V
d) Berechnen Sie die Augenöffnung und die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit.	$\ddot{o}(T_D) =$	V
	$p_U =$	
e) Berechnen Sie die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit p_S durch Mittelung über die möglichen Nutzabtastwerte.	$p_S =$	
f) Wie müsste die Sendeimpulsamplitude s_0 mindestens erhöht werden, damit die Bedingung $p_S \leq 10^{-10}$ erfüllt wird?	$s_0 =$	V

Z3.2: Optimale Gauß-Grenzfrequenz

Wie in Aufgabe A3.2 wird ein binäres bipolares redundanzfreies Binärsystem mit gaußförmigem Empfangsfilter $H_G(f)$ betrachtet. Dessen Grenzfrequenz f_G soll so bestimmt werden, dass das ungünstigste S/N-Verhältnis

$$\rho_U = \frac{[\ddot{o}(T_D)/2]^2}{\sigma_d^2} \Rightarrow p_U = Q(\sqrt{\rho_U})$$

maximal und damit die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit p_U minimal wird. Die so optimierte Grenzfrequenz $f_{G, opt}$ führt meist zur minimalen mittleren Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $p_{S, min}$.

In obiger Gleichung sind folgende Systemgrößen verwendet:

- σ_d^2 ist die Detektionsrauschleistung. Bei gaußförmigem Empfangsfilter gilt:

$$\sigma_d^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_G(f)|^2 df = \frac{N_0 \cdot f_G}{\sqrt{2}}.$$

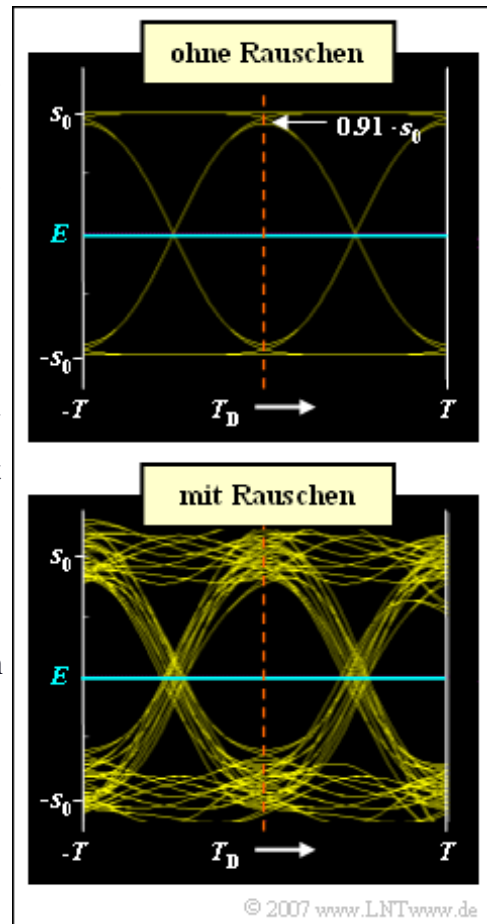
- $\ddot{o}(T_D)$ gibt die Augenöffnung an. Der Detektionszeitpunkt wird stets zu $T_D = 0$ angenommen.
- Bei einem gaußförmigen Empfangsfilter kann die vertikale Augenöffnung $\ddot{o}(T_D)$ allein durch die Amplitude s_0 des Sendegrundimpulses (obere Begrenzung im Auge ohne Rauschen) sowie durch den Maximalwert g_0 des Detektionsgrundimpulses ausgedrückt werden. Die Impulsamplitude g_0 ist dabei wie folgt zu berechnen:

$$g_0 = g_d(t = 0) = s_0 \cdot \left[1 - 2 \cdot Q\left(\sqrt{2\pi} \cdot f_G \cdot T\right) \right].$$

Die Grafik zeigt die Augendiagramme der gesuchten Konfiguration mit optimaler Grenzfrequenz. Im oberen Diagramm sind die Rauschstörungen nicht berücksichtigt. Das untere Diagramm gilt dagegen mit AWGN-Rauschen für $10 \cdot \lg E_B/N_0 = 10$ dB.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.2**. Verwenden Sie zur numerischen Auswertung der Q-Funktion das folgende Interaktionsmodul:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktionen



Fragebogen zu "Z3.2: Optimale Gauß-Grenzfrequenz"

a) Welche Aussagen sind für das Augendiagramm zutreffend?

- Die Berechnung der Augenöffnung erfolgt ohne Rauschen.
- Bei gaußförmigem Empfangsfilter gilt $\ddot{o}(T_D)/2 = s_0 - g_0$.
- Bei gaußförmigem Impulsformer gilt $\ddot{o}(T_D)/2 = 2 \cdot g_0 - s_0$.

b) Ab welcher Grenzfrequenz ergibt sich ein geschlossenes Auge?

$$f_{G, \min} \cdot T =$$

c) Berechnen Sie das ungünstigste SNR für $10 \cdot \lg E_B/N_0 = 10$ dB. Welche Werte ergeben sich für die nachgenannten Grenzfrequenzen?

$$f_G \cdot T = 0.6: 10 \cdot \lg \rho_U = \text{dB}$$

$$f_G \cdot T = 0.8: 10 \cdot \lg \rho_U = \text{dB}$$

$$f_G \cdot T = 1.0: 10 \cdot \lg \rho_U = \text{dB}$$

d) Welche Aussagen bezüglich der optimalen Grenzfrequenz sind zutreffend?

- Die Optimierung hinsichtlich p_U (bzw. ρ_U) ergibt $f_{G, \text{opt}} \cdot T \approx 0.8$.
- Dieses Optimierungsergebnis ist unabhängig von E_B/N_0 .
- Die Optimierung hinsichtlich p_S führt zum exakt gleichen Ergebnis.

e) Berechnen Sie für die optimale Grenzfrequenz $f_{G, \text{opt}}$ folgende Größen, wobei wieder $10 \cdot \lg (E_B/N_0) = 10$ dB gelten soll.

$$\ddot{o}(T_D)/s_0 =$$

$$\sigma_d/s_0 =$$

$$10 \cdot \lg \rho_U = \text{dB}$$

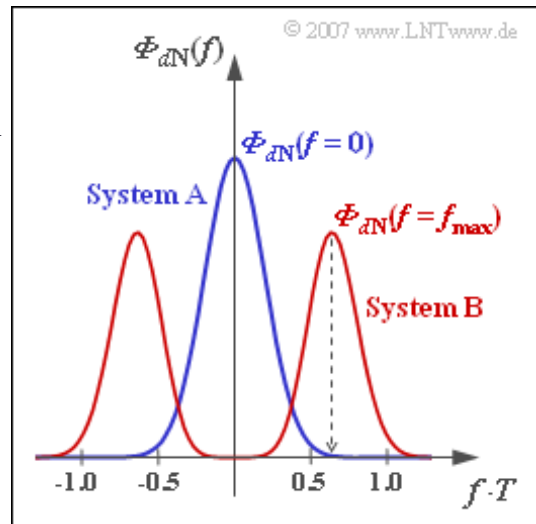
$$p_U =$$

A3.3: Rauschen bei Kanalverzerrung

Wir betrachten zwei unterschiedliche Systemvarianten, die beide NRZ-Rechteck-Sendeimpulse benutzen und durch AWGN-Rauschen beeinträchtigt werden. In beiden Fällen wird zur Rauschleistungsbegrenzung ein Gaußtieffpass

$$H_G(f) = \exp\left(-\pi \cdot \frac{f^2}{(2f_G)^2}\right)$$

mit der normierten Grenzfrequenz $f_G \cdot T = 0.35$ verwendet, so dass beide Systeme mit $\ddot{o}(T_D = 0) = 0.478 \cdot s_0$ auch die gleiche Augenöffnung aufweisen. Die pro Bit aufgewendete Sendeleistung $E_B = s_0^2 \cdot T$ ist um den Faktor 10^9 größer als die Rauschleistungsdichte $N_0 \Rightarrow 10 \cdot \lg E_B/N_0 = 90$ dB.



Die beiden Systeme unterscheiden sich wie folgt:

- Der Kanalfrequenzgang von System A ist frequenzunabhängig: $H_K(f) = \alpha$. Für das Empfangsfilter ist demnach $H_E(f) = H_G(f)/\alpha$ anzusetzen, so dass für die Detektionsrauschleistung gilt:

$$\sigma_d^2 = N_0/2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_E(f)|^2 df = \frac{N_0 \cdot f_G}{\sqrt{2} \cdot \alpha^2}.$$

- Dagegen ist für System B ein Koaxialkabel mit der charakteristischen Dämpfung (bei der halben Bitrate) $a_* = 80$ dB (bzw. 9.2 Np) vorausgesetzt, so dass für den Betragsfrequenzgang gilt:

$$|H_K(f)| = \exp(-9.2 \cdot \sqrt{2fT}).$$

- Somit lautet die Gleichung für die Rauschleistungsdichte vor dem Entscheider (mit $f_G \cdot T = 0.35$):

$$\Phi_{dN}(f) = N_0/2 \cdot \frac{|H_G(f)|^2}{|H_K(f)|^2} = N_0/2 \cdot \exp \left[18.4 \cdot \sqrt{2fT} - 2\pi \cdot \frac{(f \cdot T)^2}{(2 \cdot 0.35)^2} \right].$$

Dieser Funktionsverlauf ist in obiger Grafik rot dargestellt. Die Rauschleistungsdichte für das System A ist blau gezeichnet.

Für das System B wurde messtechnisch die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit

$$p_U = Q(\sqrt{\rho_U}) \quad \text{mit} \quad \rho_U = \frac{[\ddot{o}(T_D)/2]^2}{\sigma_d^2}$$

bestimmt. Die Messung ergab $p_U = 4 \cdot 10^{-8}$, was dem Störabstand $10 \cdot \lg \rho_U = 14.8$ dB entspricht.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.3**.

Fragebogen zu "A3.3: Rauschen bei Kanalverzerrung"

a) Welcher Störeffektivwert tritt bei System B auf?

$$\text{System B: } \sigma_d/s_0 =$$

b) Welcher Störeffektivwert tritt bei System A auf, wenn dieses zur genau gleichen (ungünstigsten) Fehlerwahrscheinlichkeit wie das System A führt?

$$\text{System A: } \sigma_d/s_0 =$$

c) Mit welchem Dämpfungsfaktor α ist das System A dem System B bezüglich der (ungünstigsten) Fehlerwahrscheinlichkeit äquivalent?

$$\text{System A: } 20 \cdot \lg \alpha = \text{ dB}$$

d) Wie groß ist die auf $N_0/2$ bezogene Rauschleistungsdichte (bei $f = 0$) vor dem Entscheider für System A und System B?

$$\text{System A: } \Phi_{dN}(f=0)/(N_0/2) =$$

$$\text{System B: } \Phi_{dN}(f=0)/(N_0/2) =$$

e) Für den Rest der Aufgabe betrachten wir ausschließlich das System B. Bei welcher Frequenz f_{\max} besitzt $\Phi_{dN}(f)$ sein Maximum?

$$\text{System B: } f_{\max} \cdot T =$$

f) Um welchen Faktor ist die Rauschleistungsdichte bei der Frequenz f_{\max} größer als bei $f = 0$?

$$\Phi_{dN}(f_{\max})/\Phi_{dN}(0) =$$

Z3.3: Koaxialkabelsystem - Optimierung

Wir betrachten ein redundanzfreies binäres Übertragungssystem mit folgenden Spezifikationen:

- Die Sendeimpulse sind NRZ-rechteckförmig und besitzen die Energie $E_B = s_0^2 \cdot T$.
- Der Kanal ist ein Koaxialkabel mit der charakteristischen Kabeldämpfung $a_* = 40$ dB.
- Es liegt AWGN-Rauschen mit der Rauschleistungsdichte $N_0 = 0.0001 \cdot E_B$ vor.
- Der Empfängerfrequenzgang $H_E(f)$ beinhaltet einen idealen Kanalentzerrer $H_K^{-1}(f)$ und einen Gaußtiefpass $H_G(f)$ mit Grenzfrequenz f_G zur Rauschleistungsbegrenzung.

$f_G \cdot T$	$\ddot{o}(T_D)/s_0$	σ_d/s_0
0.3	0.192	0.094
0.4	0.735	0.197
0.5	1.159	0.379
0.6	1.469	0.690
0.7	1.682	1.204
0.8	1.819	2.032

© 2007 www.lntwww.de

Die Tabelle zeigt die Augenöffnung $\ddot{o}(T_D)$ sowie den Detektionsrauscheffektivwert σ_d – jeweils normiert auf die Sendeamplitude s_0 – für verschiedene Grenzfrequenzen f_G . Die Grenzfrequenz ist so zu wählen, dass die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit

$$p_U = Q\left(\frac{\ddot{o}(T_D)/2}{\sigma_d}\right) \Rightarrow p_U = Q(\sqrt{\rho_U})$$

möglichst klein ist. Die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit stellt eine obere Schranke für die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit p_S dar. Für $f_G \cdot T \geq 0.4$ kann auch eine untere Schranke angegeben werden:

$$1/4 \cdot p_U \leq p_S \leq p_U.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 3.3**. Zur numerischen Auswertung der Q-Funktion können Sie das folgende Interaktionsmodul nutzen:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktion

Fragebogen zu "Z3.3: Koaxialkabelsystem - Optimierung"

a) Bestimmen Sie innerhalb des vorgegebenen Rasters die optimale Grenzfrequenz hinsichtlich des Kriteriums „ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit“.

$$f_{G, \text{opt}} \cdot T =$$

b) Welche Werte ergeben sich damit für den ungünstigsten Störabstand und die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit?

$$f_{G, \text{opt}}: 10 \cdot \lg \rho_U = \quad \text{dB}$$

$$f_{G, \text{opt}}: p_U =$$

c) Wie müsste man die Rauschleistungsdichte N_0 (bezogen auf die Signalenergie) verringern, damit p_U nicht größer ist als 10^{-6} ?

$$N_0/E_B =$$

d) Geben Sie für den unter c) getroffenen Annahmen eine untere und eine obere Schranke für die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit p_S an.

$$p_{S, \text{min}} =$$

$$p_{S, \text{max}} =$$

A3.4: Grenzfrequenzoptimierung

Wir vergleichen ein redundanzfreies Binärsystem ($M = 2$) und ein redundanzfreies Quaternärsystem ($M = 4$) hinsichtlich ihrer S/N-Verhältnisse im ungünstigsten Fall:

$$\rho_U = \frac{[\ddot{o}(T_D)/2]^2}{\sigma_d^2}$$

Hierbei ist $\ddot{o}(T_D)$ die vertikale Augenöffnung und σ_d^2 gibt die Detektionsrauschleistung an. Für beide Systemkonfigurationen gelten die gleichen Randbedingungen (ähnlich wie in Aufgabe Z3.4):

- Der rechteckige Sendegrundimpuls $g_s(t)$ im NRZ-Format hat die Höhe $s_0 = 1$ V.
- Die (äquivalente) Bitrate beträgt in beiden Fällen $R_B = 100$ Mbit/s.
- Der Kanal besteht aus einem Koaxialkabel mit der charakteristischen Kabeldämpfung $a_* = 80$ dB (bzw. $9.2 N_p$).
- Das Empfangsfilter sei ein Gaußtieffpass mit der Grenzfrequenz f_G , die zu optimieren ist:

$$H_G(f) = e^{-\pi \cdot f^2 / (2f_G)^2}$$

- Am Kanalausgang liegt AWGN-Rauschen mit der Rauschleistungsdichte N_0 vor.
- Die Entscheidungsschwellen sind optimal gewählt und der Detektionszeitpunkt $T_D = 0$ ebenfalls.

Im Gegensatz zur Aufgabe Z3.4 (feste Grenzfrequenz $f_G = 30$ MHz) ist hier die Grenzfrequenz des Gaußtieffpasses variabel und sie soll so bestimmt werden, dass das ungünstigste S/N-Verhältnis ρ_U maximiert und damit die (ungünstigste) Fehlerwahrscheinlichkeit p_U minimiert wird.

Die Tabelle zeigt die (normierte) halbe Augenöffnung und den (normierten) Detektionsrauschleistungswert für das Binärsystem ($M = 2$) und das Quaternärsystem ($M = 4$) sowie für verschiedene (normierte) Grenzfrequenzen. Die Normierung basiert dabei auf der Bitrate R_B .

Anzumerken ist:

- Die Tabelle gilt für $E_B/N_0 = 5 \cdot 10^8$ und für die charakteristische Kabeldämpfung $a_* = 80$ dB (bzw. $9.2 N_p$).
- Die (normierte) Rauschleistung ergibt sich unter Berücksichtigung des idealen Kanalentrerrers zu

f_G/R_B	binär ($M=2$)		quaternär ($M=4$)	
	$\ddot{o}(T_D)/2s_0$	σ_d/s_0	$\ddot{o}(T_D)/2s_0$	σ_d/s_0
0.22	0	0.007	0.	
0.23	0		0.002	0.008
0.24	0	0.010	0.028	
0.25	0		0.053	0.012
0.26	0	0.015	0.077	
0.27	0.003		0.097	0.017
0.28	0.034	0.021	0.121	
0.29	0.065		0.139	0.025
0.30	0.096	0.029	0.157	
0.31	0.126		0.173	0.034
0.32	0.155	0.040	0.188	
0.33	0.184		0.203	0.047
0.34	0.212	0.055	0.216	
0.35	0.239		0.228	0.063
0.36	0.266	0.072	0.239	
0.37	0.292		0.249	0.082
0.38	0.318	0.093	0.258	
0.39	0.343		0.266	0.105
0.40	0.368	0.118	0.273	

© 2007 www.LNTwww.de

$$\frac{\sigma_d^2}{N_0 \cdot R_B} = \frac{1}{R_B} \cdot \int_0^\infty \exp \left[2 \cdot 9.2 \cdot \sqrt{2 \cdot f/R_B} - 2\pi \cdot \frac{(f/R_B)^2}{(2f_G/R_B)^2} \right] df.$$

- Wie in Aufgabe Z3.4 noch hergeleitet wird, gilt für die (normierte) halbe Augenöffnung:

$$\frac{\ddot{o}(T_D)}{2 \cdot s_0} = \frac{1}{M-1} \cdot \left[1 - 2 \cdot M \cdot Q \left(\sqrt{2\pi} \cdot \text{ld}(M) \cdot \frac{f_G}{R_B} \right) \right].$$

- Damit kann für das ungünstigste S/N–Verhältnis geschrieben werden:

$$\rho_U = \left[\frac{\ddot{o}(T_D)}{2 \cdot s_0} \right]^2 \cdot \frac{N_0 \cdot R_B}{\sigma_d^2} \cdot \frac{s_0^2}{N_0 \cdot R_B},$$

wobei der letzte Term bei dem hier betrachteten NRZ–Rechteckimpuls als „Energie pro Bit bezogen auf die Rauschleistungsdichte“ interpretiert werden kann.

Für die Lösung der Aufgabe sind die hier gemachten Anmerkungen nicht relevant. In der Tabelle ist σ_d/s_0 angegeben, das heißt, dass hier der zweite und der dritte Term obiger Gleichung zusammengefasst sind. Durch Division des jeweils ersten Spaltenelements (normierte halbe Augenöffnung) durch das zweite in der Tabelle angegebene Element (σ_d/s_0) und Quadrieren des Quotienten kommt man hier sehr einfach zum Ergebnis ρ_U .

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 3.4**.

Fragebogen zu "A3.4: Grenzfrequenzoptimierung"

a) Die Tabelle ist bezüglich σ_d nicht vollständig. Ermitteln Sie folgende Werte:

$$M = 2, f_G = 0.33: \sigma_d/s_0 =$$

$$M = 4, f_G = 0.28: \sigma_d/s_0 =$$

b) Ermitteln Sie die optimale Grenzfrequenz und den erreichbaren (ungünstigsten) Störabstand für das Binärsystem.

$$M = 2: f_{G, \text{opt}}/R_B =$$

$$M = 2: 10 \cdot \lg \rho_{U, \text{max}} = \text{dB}$$

c) Ermitteln Sie die optimale Grenzfrequenz und den erreichbaren (ungünstigsten) Störabstand für das Quaternärsystem.

$$M = 4: f_{G, \text{opt}}/R_B =$$

$$M = 4: 10 \cdot \lg \rho_{U, \text{max}} = \text{dB}$$

d) Bewerten Sie die Ergebnisse aus b) und c) anhand der folgenden Aussagen. Welche sind zutreffend?

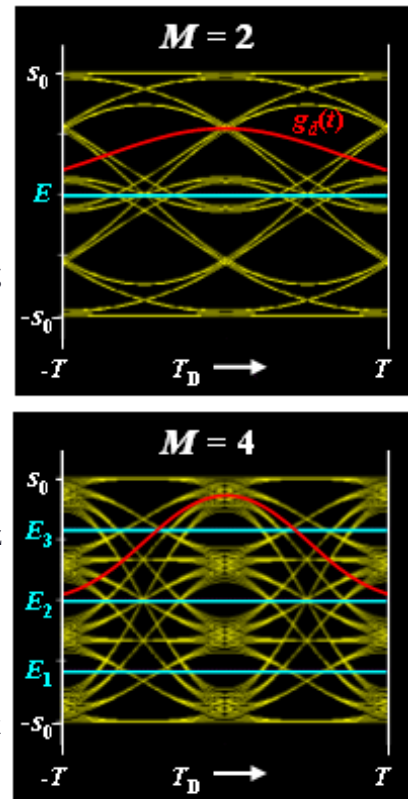
- Ist die Grenzfrequenz $f_G/R_B \geq 0.35$, so ist das Binärsystem dem Quaternärsystem überlegen.
- Mit der Grenzfrequenz $f_G/R_B = 0.33$ ist das Binärsystem besser als das Quaternärsystem.
- Der Hauptgrund für die Überlegenheit des Quaternär- gegenüber dem Binärsystem (jeweils optimiert) ist die niedrigere Symbolrate.
- Aus den vorliegenden Werten kann geschlossen werden, dass das (optimale) Quaternärsystem auch für $a_* = 100$ dB besser ist.
- Aus den vorliegenden Werten kann geschlossen werden, dass das (optimale) Quaternärsystem auch für $a_* = 40$ dB besser ist.

Z3.4: Augenöffnung und Stufenzahl

In dieser Aufgabe werden ein redundanzfreies Binärsystem und ein redundanzfreies Quaternärsystem hinsichtlich vertikaler Augenöffnung miteinander verglichen. Für die beiden Übertragungssysteme gelten die gleichen Randbedingungen:

- Der Sendegrundimpuls $g_s(t)$ ist jeweils NRZ-rechteckförmig und besitze die Höhe $s_0 = 1$ V.
- Die (äquivalente) Bitrate beträgt $R_B = 100$ Mbit/s.
- Das AWGN-Rauschen besitzt die Rauschleistungsdichte N_0 .
- Das Empfangsfilter sei ein Gaußtieffpass mit der Grenzfrequenz $f_G = 30$ MHz:

$$H_G(f) = e^{-\pi \cdot f^2 / (2f_G)^2}$$
- Die Entscheidungsschwellen sind optimal. Der Detektionszeitpunkt ist $T_D = 0$.



© 2007 www.LNTwww.de

Für die halbe Augenöffnung eines M -stufigen Übertragungssystems gilt allgemein:

$$\ddot{o}(T_D)/2 = \frac{g_0}{M-1} - \sum_{\nu=1}^{\infty} |g_{\nu}| - \sum_{\nu=1}^{\infty} |g_{-\nu}|$$

Hierbei ist $g_0 = g_d(t = 0)$ der Hauptwert des Detektionsgrundimpulses $g_d(t) = g_s(t) * h_G(t)$. Der zweite Term beschreibt die Nachläufer $g_{\nu} = g_d(t = \nu T)$ und der letzte Term die Vorläufer $g_{-\nu} = g_d(t = -\nu T)$.

Beachten Sie, dass bei der vorliegenden Konfiguration mit Gaußtieffpass

- alle Detektionsgrundimpulswerte $\dots, g_{-1}, g_0, g_1, \dots$ positiv sind,
- die Summe $\dots + g_{-1} + g_0 + g_1 \dots$ den konstanten Wert s_0 ergibt,
- der Hauptwert mit der komplementären Gaußschen Fehlerfunktion $Q(x)$ berechnet werden kann:

$$g_0 = s_0 \cdot \left[1 - 2 \cdot Q \left(\sqrt{2\pi} \cdot f_G \cdot T \right) \right]$$

Die Grafik zeigt die Augendiagramme des Binär- und des Quaternärsystems sowie – in roter Farbe – die zugehörigen Detektionsgrundimpulse $g_d(t)$. Eingezeichnet sind auch die optimalen Entscheidungsschwellen E (für $M = 2$) bzw. E_1, E_2, E_3 (für $M = 4$). In der Aufgabe g) sollen diese numerisch ermittelt werden.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zu **Kapitel 3.4**. Für die komplementäre Gaußsche Fehlerfunktion gilt:

$$\begin{aligned} Q(0.25) &= 0.4013, & Q(0.50) &= 0.3085, & Q(0.75) &= 0.2266, & Q(1.00) &= 0.1587, \\ Q(1.25) &= 0.1057, & Q(1.50) &= 0.0668, & Q(1.75) &= 0.0401, & Q(2.00) &= 0.0228. \end{aligned}$$

Fragebogen zu "Z3.4: Augenöffnung und Stufenzahl"

a) Wie groß sind die Symbolauern beim Binär- und beim Quaternärsystem?

$M = 2: T =$ ns

$M = 4: T =$ ns

b) Berechnen Sie den Hauptwert für das Binärsystem.

$M = 2: g_0 =$ V

c) Berechnen Sie den Hauptwert für das Quaternärsystem.

$M = 4: g_0 =$ V

d) Welche Gleichungen gelten unter Berücksichtigung des Gaußtieffpasses?

$\ddot{o}(T_D)/2 = M \cdot g_0/(M - 1) - s_0,$

$\ddot{o}(T_D)/2 = M \cdot s_0/(M - 1) - g_0,$

$\ddot{o}(T_D)/2 = s_0/(M - 1) \cdot [1 - 2 \cdot M \cdot Q((2\pi)^{1/2} \cdot \log_2(M) \cdot f_G/R_B)].$

e) Welche Augenöffnung ergibt sich für das Binärsystem?

$M = 2: \ddot{o}(T_D) =$ V

f) Welche Augenöffnung ergibt sich für das Quaternärsystem?

$M = 4: \ddot{o}(T_D) =$ V

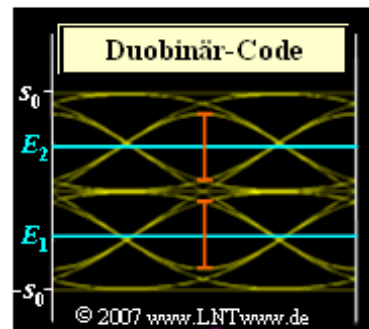
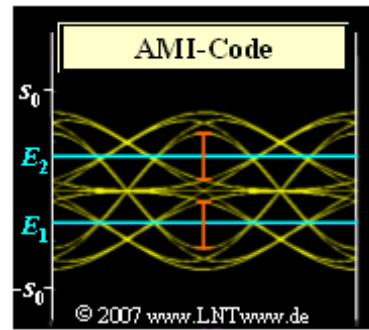
g) Bestimmen Sie die optimalen Schwellenwerte des Quaternärsystems. Geben Sie zur Kontrolle den Schwellenwert E_1 ein.

$M = 4: E_1 =$

A3.5: Auge bei Pseudoternärcodierung

Betrachtet werden drei Nachrichtenübertragungssysteme, jeweils mit folgenden übereinstimmenden Eigenschaften:

- NRZ-Rechteckimpulse mit der Amplitude $s_0 = 2 \text{ V}$,
- Koaxialkabel mit charakteristischer Kabeldämpfung $a_* = 40 \text{ dB}$,
- AWGN-Rauschen mit der Rauschleistungsdichte N_0 ,
- Empfangsfilter, bestehend aus einem idealen Kanalentzerrer und einem Gaußtiefpass mit der normierten Grenzfrequenz $f_G \cdot T \approx 0.5$.
- Schwellenwertentscheider mit optimalen Entscheiderschwellen und optimalem Detektionszeitpunkt $T_D = 0$.



© 2007 www.LNTwww.de

Die in der Aufgabe zu untersuchenden Systemvarianten unterscheiden sich ausschließlich hinsichtlich des Übertragungscode:

System A verwendet ein binäres bipolares redundanzfreies Sendesignal.

Von diesem System sind folgende Beschreibungsgrößen bekannt:

- Grundimpulswerte $g_0 = 1.56 \text{ V}$, $g_1 = g_{-1} = 0.22 \text{ V}$, $g_2 = g_{-2} = \dots \approx 0$
 $\Rightarrow \ddot{o}(T_D)/2 = g_0 - g_1 - g_{-1} = 1.12 \text{ V}$.
- Rauscheffektivwert $\sigma_d \approx 0.2 \text{ V}$

$$\Rightarrow \rho_U = \frac{[\ddot{o}(T_D)/2]^2}{\sigma_d^2} \approx 31.36 \text{ dB} \Rightarrow 10 \cdot \lg \rho_U \approx 15 \text{ dB}.$$

System B verwendet die AMI-Codierung. Hier treten die äußeren Symbole „+1“ bzw. „-1“ nur isoliert auf. Bei drei aufeinanderfolgenden Symbolen sind unter Anderem die zwei Folgen „... , +1, +1, +1, ...“ und „... , +1, 0, +1, ...“ nicht möglich im Gegensatz zu „... , +1, -1, +1, ...“.

System C verwendet den Duobinärcode. Hier wird die alternierende Folge „... , -1, +1, -1, ...“ durch den Code ausgeschlossen, was sich günstig auf die Augenöffnung auswirkt.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.4**. Nicht alle der hier angegebenen Zahlenwerte sind zur Lösung dieser Aufgabe erforderlich.

Fragebogen zu "A3.5: Auge bei Pseudoternärcodierung"

a) Berechnen Sie die halbe Augenöffnung für den AMI-Code.

System B: $\ddot{o}(T_D)/2 =$ V

b) Berechnen Sie den ungünstigsten Störabstand dieses Systems.

System B: $10 \cdot \lg \rho_U =$ dB

c) Wie müssen die Schwellenwerte E_1 und E_2 gewählt werden, damit das soeben berechnete Ergebnis stimmt.

$E_1 =$ V

$E_2 =$ V

d) Berechnen Sie die halbe Augenöffnung beim Duobinär-Code.

System C: $\ddot{o}(T_D)/2 =$ V

e) Berechnen Sie den ungünstigsten Störabstand bei Duobinärcodierung.

System C: $10 \cdot \lg \rho_U =$ dB

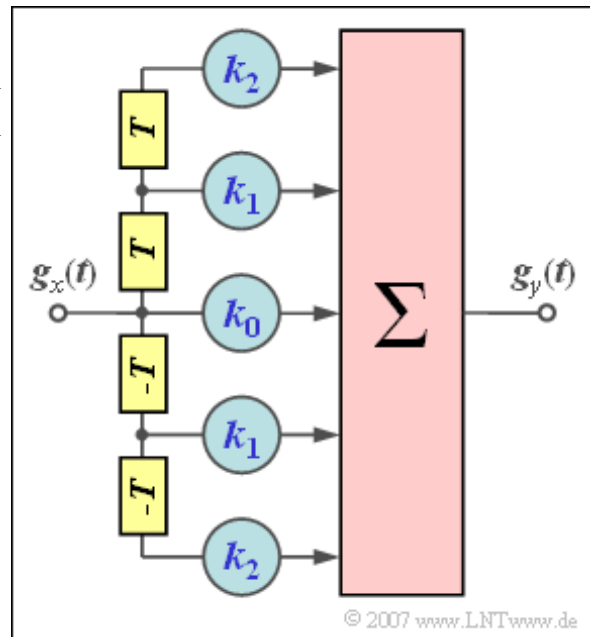
A3.6: ONE-Transversalfilter

Am Eingang des in der Grafik gezeigten symmetrischen Transversalfilters zweiter Ordnung ($N = 2$) liegt ein Dreieckimpuls (auf 1 normiert):

$$g_x(t) = \begin{cases} 1 - |t|/(2T) & \text{für } |t| \leq 2T, \\ 0 & \text{für } |t| \geq 2T. \end{cases}$$

Sind alle Filterkoeffizienten k_0 , k_1 und k_2 ungleich 0, so gilt für den Impuls am Ausgang:

$$g_y(t) = k_0 \cdot g_x(t) + k_1 \cdot [g_x(t - T) + g_x(t + T)] + k_2 \cdot [g_x(t - 2T) + g_x(t + 2T)].$$



Durch geeignete Wahl der Filterkoeffizienten k_0 , k_1 und k_2 gelingt es, dass der Ausgangsimpuls folgende Bedingungen erfüllt:

$$g_0 = g_y(t = 0) = 1, \quad g_1 = g_y(t = \pm T) = 0, \quad g_2 = g_y(t = \pm 2T) = 0.$$

Ein Filter erster Ordnung ($N = 1$) ergibt sich aus obiger Anordnung und Gleichung, indem man den Koeffizienten $k_2 = 0$ setzt. Durch geeignete Wahl von k_0 und k_1 kann dann $g_0 = 1$ und $g_1 = 0$ erreicht werden. Allerdings wird in diesem Fall stets $g_2 \neq 0$ sein.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 3.5**.

Fragebogen zu "A3.6: ONE-Transversalfilter"

a) Wie lauten die optimalen Koeffizienten für das Filter erster Ordnung ($k_2 = 0$)?

$$k_0 =$$

$$k_1 =$$

b) Wie groß sind die Ausgangswerte zu den Zeiten $t = 2T$ und $t = 3T$?

$$g_2 =$$

$$g_3 =$$

c) Wie lauten die optimalen Koeffizienten für das Filter zweiter Ordnung ($N = 2$)?

$$k_0 =$$

$$k_1 =$$

$$k_2 =$$

d) Wie groß sind die Ausgangswerte zu den Zeiten $t = 3T$ und $t = 4T$?

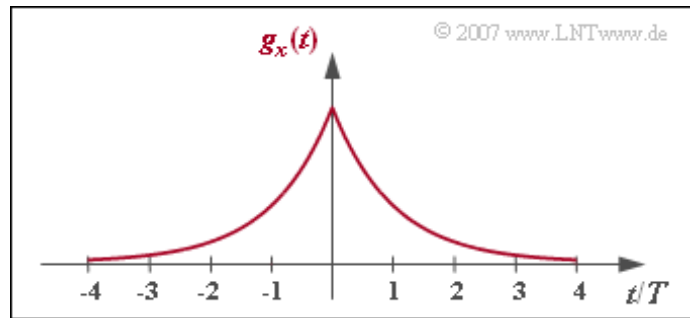
$$g_3 =$$

$$g_4 =$$

Z3.6: Exponentialimpuls - ONE

Wie in **Aufgabe A3.6** betrachten wir wieder den optimalen Nyquistentzerrer, wobei nun als Eingangsimpuls $g_x(t)$ eine beidseitig abfallende Exponentialfunktion anliegt:

$$g_x(t) = e^{-|t|/T}.$$



Durch ein Transversalfilter N -ter Ordnung mit der Impulsantwort

$$h_{\text{TF}}(t) = \sum_{\lambda=-N}^{+N} k_{\lambda} \cdot \delta(t - \lambda \cdot T)$$

ist es immer möglich, dass der Ausgangsimpuls $g_y(t)$ Nulldurchgänge bei $t/T = \pm 1, \dots, t/T = \pm N$ aufweist und $g_y(t = 0) = 1$ ist. Im allgemeinen Fall führen dann allerdings die Vorläufer und Nachläufer mit $|\nu| > N$ zu Impulsinterferenzen.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.5**.

Fragebogen zu "Z3.6: Exponentialimpuls - ONE"

a) Geben Sie die Signalwerte $g_x(v) = g_x(t = vT)$ bei Vielfachen von T an.

$$g_x(0) =$$

$$g_x(1) =$$

$$g_x(2) =$$

b) Berechnen Sie die optimalen Filterkoeffizienten für $N = 1$.

$$k_0 =$$

$$k_1 =$$

c) Berechnen Sie die Ausgangswerte $g_2 = g_y(t = 2T)$ und $g_3 = g_y(t = 3T)$.

$$g_2 =$$

$$g_3 =$$

d) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- Beim gegebenen Eingangsimpuls $g_x(t)$ ist mit einem Transversalfilter zweiter Ordnung keine Verbesserung möglich.
- Die erste Aussage ist unabhängig vom Eingangsimpuls $g_x(t)$.
- Beim gegebenen Eingangsimpuls ergibt sich mit einem unendlichen Transversalfilter eine weitere Verbesserung.

A3.7: Optimale Nyquistentzerrung

Wir gehen bei dieser Aufgabe von folgenden Voraussetzungen aus:

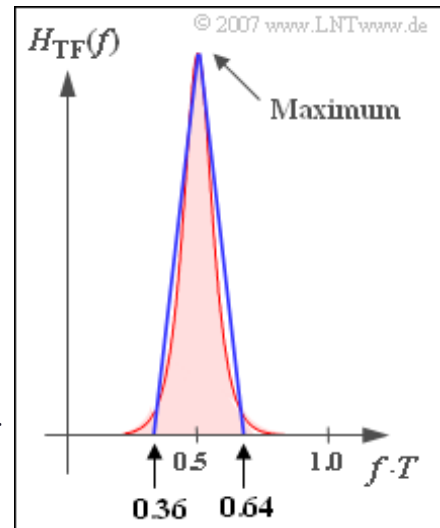
- binäre bipolare NRZ-Rechteckimpulse
 $|H_S(f)| = \text{si}(\pi fT)$,
- Koaxialkabel mit Kabeldämpfung $a_* = 9.2 \text{ Np}$ ($\approx 80 \text{ dB}$):

$$|H_K(f)| = \exp \left[-9.2 \cdot \sqrt{2 \cdot |f| \cdot T} \right],$$

- optimaler Nyquistentzerrer, bestehend aus Matched-Filter und Transversalfilter:

$$H_E(f) = H_{MF}(f) \cdot H_{TF}(f) \text{ mit}$$

$$H_{MF}(f) = H_S^*(f) \cdot H_K^*(f), \quad H_{TF}(f) = \frac{1}{\sum_{\kappa=-\infty}^{+\infty} |H_{SK}(f - \kappa/T)|^2}.$$



Hierbei bezeichnet $H_{SK}(f) = H_S(f) \cdot H_K(f)$ das Produkt von Sender- und Kanalfrequenzgang.

Wegen der Nyquistentzerrung ist das Auge maximal geöffnet. Für die Fehlerwahrscheinlichkeit gilt:

$$p_S (= p_U) = Q \left(\sqrt{\frac{s_0^2 \cdot T}{N_0 \cdot \sigma_{d, \text{norm}}^2}} \right).$$

Die normierte Störleistung am Entscheider ist durch folgende Gleichungen gegeben:

$$\sigma_{d, \text{norm}}^2 = T \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_E(f)|^2 df,$$

$$\sigma_{d, \text{norm}}^2 = T \cdot \int_{-1/(2T)}^{+1/(2T)} H_{TF}(f) df = T \cdot \int_0^{1/T} H_{TF}(f) df.$$

Die Gültigkeit dieser Gleichung ergibt sich aus der Periodizität des Transversalfilterfrequenzgangs. In der Grafik erkennt man die normierte Störleistung als die rot hinterlegte Fläche. Näherungsweise kann die normierte Störleistung durch die in der Grafik blau eingezeichnete Dreiecksfläche berechnet werden.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.5**. Zur Bestimmung der Fehlerwahrscheinlichkeit können Sie das folgende interaktive Berechnungsmodul nutzen:

Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktion

Fragebogen zu "A3.7: Optimale Nyquistentzerrung"

a) Berechnen Sie den Sender-Kanal-Frequenzgang (Betrag) für die Frequenzen $f = 0$, $f = f_{\text{Nyq}} = 1/(2T)$ und $f = 1/T$.

$$|H_{\text{SK}}(f=0)| =$$

$$|H_{\text{SK}}(f=f_{\text{Nyq}})| =$$

$$|H_{\text{SK}}(f=1/T)| =$$

b) Berechnen Sie den Maximalwert von $H_{\text{TF}}(f)$ bei $f = f_{\text{Nyq}}$.

$$|H_{\text{TF}}(f=f_{\text{Nyq}})| =$$

c) Berechnen Sie die normierte Störleistung entsprechend der Dreiecknäherung.

$$\sigma_{d, \text{norm}}^2 =$$

d) Welche Fehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich mit $s_0^2 \cdot T/N_0 = 10^8$?

$$p_S =$$

Z3.7: Regeneratorfeldlänge

Per Simulation wurde gezeigt, dass zwischen dem sog. Systemwirkungsgrad η sowie der charakteristischen Kabeldämpfung a_* eines Koaxialkabels – beide in dB aufgetragen – etwa ein linearer Zusammenhang besteht, wenn die charakteristische Kabeldämpfung hinreichend groß ist ($a_* \geq 40$ dB):

$$10 \cdot \lg \eta \text{ (in dB)} = A + B \cdot a_*$$

In der Tabelle sind für vier beispielhafte Systemvarianten

- impulsinterferenzbehaftetes System mit Gaußtieffpass (GTP, siehe Kapitel 3.4) bzw. optimale Nyquistentzerrung (ONE, siehe Kapitel 3.5),
- jeweils Binärsystem ($M = 2$) und Oktalsystem ($M = 8$)

die empirisch gefundenen Gleichungskoeffizienten A und B angegeben.

Für einen gegebenen Wert a_* (und damit eine feste Kabellänge) ist ein System um so besser, je größer der Systemwirkungsgrad ist.

Für die Berechnung der Regeneratorfeldlänge (Abstand zweier Zwischenverstärker) ist zu beachten, dass

- die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit nicht größer sein soll als 10^{-10} , woraus sich der minimale Sinkenstörabstand ergibt:

$$10 \cdot \lg \rho_{\min} \approx 16.1 \text{ dB},$$

- das logarithmierte Verhältnis von Sendeenergie (pro Bit) und AWGN-Rauschleistungsdichte ca. 100 dB beträgt, zum Beispiel:

$$s_0 = 3 \text{ V}, \quad R_B = 1 \text{ Gbit/s}, \quad N_0 = 9 \cdot 10^{-19} \text{ V}^2/\text{Hz}$$

$$\Rightarrow 10 \cdot \lg \frac{s_0^2}{N_0 \cdot R_B} = 10 \cdot \lg \frac{9 \text{ V}^2}{9 \cdot 10^{-19} \text{ V}^2/\text{Hz} \cdot 10^{-9} \text{ 1/s}} = 100 \text{ dB},$$

- ein Normalkoaxialkabel mit den Abmessungen 2.6mm (innen) und 9.5 mm (außen) eingesetzt werden soll, bei dem der folgende Zusammenhang gültig ist:

$$a_* = \frac{2.36 \text{ dB}}{\text{km} \cdot \sqrt{\text{MHz}}} \cdot l \cdot \sqrt{R_B/2}.$$

Hierbei bezeichnet a_* die charakteristische Dämpfung bei der halben Bitrate – im Beispiel bei 500 MHz – und l die Kabellänge.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.5**.

© 2007 www.LNTwww.de	A	B
GTP, $M = 2$	9.4 dB	-1.10
GTP, $M = 8$	-1.3 dB	-0.91
ONE, $M = 2$	4.5 dB	-0.96
ONE, $M = 8$	-9.3 dB	-0.54

Fragebogen zu "Z3.7: Regeneratorfeldlänge"

a) Welche der folgenden Aussagen sind zutreffend?

- Das System (ONE, $M = 8$) ist für beliebiges a_* am besten.
- Das System (GTP, $M = 2$) ist für $a_* \geq 40$ dB am schlechtesten.

b) Ab welcher Kabeldämpfung ist (GTP, $M = 8$) besser als (ONE, $M = 2$)?

$$a_{*, \text{Grenz}} = \quad \text{dB}$$

c) Welchen Minimalwert η_{\min} darf der Systemwirkungsgrad nicht unterschreiten?

$$10 \cdot \lg \eta_{\min} = \quad \text{dB}$$

d) Welche Länge darf das Koaxialkabel bei (ONE, $M = 8$) maximal besitzen?

$$\text{ONE, } M = 8: l_{\max} = \quad \text{km}$$

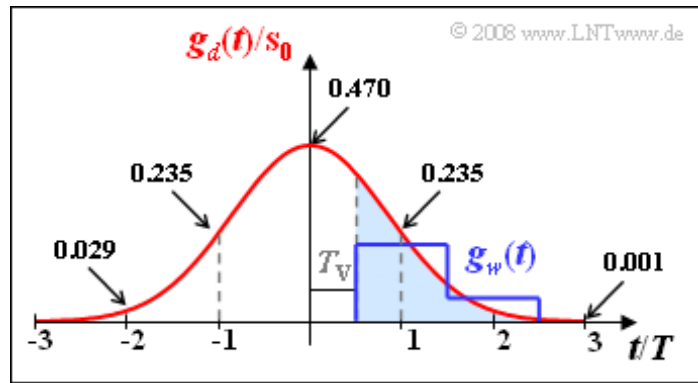
e) Welche Länge darf das Koaxialkabel bei (GTP, $M = 2$) maximal besitzen?

$$\text{GTP, } M = 2: l_{\max} = \quad \text{km}$$

A3.8: DFE mit Laufzeitfilter

Wir betrachten ein bipolares Binärsystem mit Entscheidungsrückkopplung, englisch *Decision Feedback Equalization* (DFE).

Der vorentzerrte Grundimpuls $g_d(t)$ kann als Rechteckantwort eines Gaußtiefpasses mit der Grenzfrequenz $f_G \cdot T = 0.25$ berechnet werden und ist in der Grafik rot eingezeichnet. Bei der



Aufgabe Z3.8 sind die Abtastwerte von $g_d(t)$ tabellarisch im Abstand $T/10$ angegeben.

Bei idealer Entscheidungsrückkopplung – dimensioniert für den Detektionszeitpunkt $T_D = 0$ – wird ein Kompensationsimpuls $g_w(t)$ gebildet, der für $t \geq T_V = T/2$ gleich $g_d(t)$ und für $t < T_V$ identisch 0 ist (blau gefüllte Fläche). Der korrigierte Grundimpuls $g_k(t) = g_d(t) - g_w(t)$ ist somit für $t > T/2$ stets gleich 0.

Durch eine Simulation wurde für dieses System mit idealer DFE das ungünstigste S/N–Verhältnis am Entscheider und daraus die worst–case–Fehlerwahrscheinlichkeit bestimmt, wobei die Detektion zum Zeitpunkt $T_D = 0$ erfolgte. Es ergab sich folgendes Ergebnis:

$$\rho_U = \frac{[\ddot{o}(T_D)/2]^2}{\sigma_d^2} = 25 \Rightarrow 10 \cdot \lg \rho_U \approx 14 \text{ dB} \Rightarrow p_U = Q(\sqrt{\rho_U}) \approx 2.9 \cdot 10^{-7}.$$

Eine aufwandsgünstige Realisierung der DFE ist mit einem Laufzeitfilter möglich. In der Grafik ist der Kompensationsimpuls $g_w(t)$ für ein solches Laufzeitfilter mit der Ordnung $N = 2$ und den Koeffizienten $k_1 = 0.2$ und $k_2 = 0.05$ eingezeichnet (blaue Kurve).

Hinweis: Die Aufgabe behandelt die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 3.6**.

Fragebogen zu "A3.8: DFE mit Laufzeitfilter"

a) Wie groß ist die (normierte) halbe Augenöffnung bei idealer DFE?

$$\ddot{o}(T_D = 0)/(2s_0) =$$

b) Berechnen Sie aus dem angegebenen SNR den (normierten) Störeffektivwert.

$$\sigma_d/s_0 =$$

c) Berechnen Sie die halbe Augenöffnung und den Störabstand, wenn die DFE durch ein Laufzeitfilter mit $N = 2$, $k_1 = 0.2$ und $k_2 = 0.05$ realisiert wird.

$$\ddot{o}(T_D)/(2s_0) =$$

$$10 \cdot \lg \rho_U = \text{dB}$$

d) Welche halbe Augenöffnung und Störabstand ergeben sich mit $N = 2$, wenn die Koeffizienten k_1 und k_2 bestmöglichst gewählt sind?

$$\ddot{o}(T_D)/(2s_0) =$$

$$10 \cdot \lg \rho_U = \text{dB}$$

e) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- Bei einem Empfänger ohne DFE ist das Auge geschlossen.
- Ein Nachteil der DFE ist die Fehlerfortpflanzung.
- Durch die DFE wird jede einzelne Symbolentscheidung verbessert.

Z3.8: Optimaler Detektionszeitpunkt

Wir betrachten wie in der Aufgabe A3.8 das bipolare Binärsystem mit Entscheidungsrückkopplung. Man nennt dies englisch *Decision Feedback Equalization* (DFE).

Der vorentzerrte Grundimpuls $g_d(t)$ am Eingang der DFE entspricht der Rechteckantwort eines Gaußtieffpasses mit der Grenzfrequenz $f_G \cdot T = 0.25$. In der Tabelle sind die auf s_0 normierten Abtastwerte von $g_d(t)$ angegeben. Auf der Angabenseite zu **Aufgabe A3.8** ist $g_d(t)$ skizziert.

Bei der idealen DFE wird ein Kompensationsimpuls $g_w(t)$ gebildet, der für alle Zeiten $t \geq T_D + T_V$ genau gleich dem Eingangsimpuls $g_d(t)$ ist, so dass für den korrigierten Grundimpuls gilt:

$$g_k(t) = g_d(t) - g_w(t) = \begin{cases} g_d(t) & \text{für } t < T_D + T_V, \\ 0 & \text{für } t \geq T_D + T_V, \end{cases}$$

t/T	$g_d(t)/s_0$	t/T	$g_d(t)/s_0$
0.0	0.470	±1.6	0.080
±0.1	0.466	±1.7	0.063
±0.2	0.456	±1.8	0.050
±0.3	0.441	±1.9	0.038
±0.4	0.420	±2.0	0.029
±0.5	0.395	±2.1	0.022
±0.6	0.366	±2.2	0.016
±0.7	0.335	±2.3	0.012
±0.8	0.302	±2.4	0.008
±0.9	0.268	±2.5	0.006
±1.0	0.235	±2.6	0.004
±1.1	0.204	±2.7	0.003
±1.2	0.174	±2.8	0.002
±1.3	0.146	±2.9	0.001
±1.4	0.121	±3.0	0.001
±1.5	0.099		

© 2008 www.LNTwww.de

Hierbei bezeichnet T_D den Detektionszeitpunkt, der eine optimierbare Systemgröße darstellt. $T_D = 0$ bedeutet eine Symboldetektion in Impulsmitte.

Bei einem System mit DFE ist jedoch $g_k(t)$ stark unsymmetrisch, so dass ein Detektionszeitpunkt $T_D < 0$ günstiger ist. Die Verzögerungszeit $T_V = T/2$ gibt an, dass die DFE erst eine halbe Symboldauer nach der Detektion wirksam wird. Zur Lösung dieser Aufgabe ist T_V allerdings nicht relevant.

Eine aufwandsgünstige Realisierung der DFE ist mit einem Laufzeitfilter möglich, wobei die Filterordnung bei dem gegebenen Grundimpuls mindestens $N = 3$ betragen muss. Die Filterkoeffizienten sind dabei wie folgt zu wählen:

$$k_1 = g_d(T_D + T), \quad k_2 = g_d(T_D + 2T), \quad k_3 = g_d(T_D + 3T).$$

Hinweis: Die Aufgabe behandelt die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 3.6**. Beachten Sie auch, dass die Entscheidungsrückkopplung nicht mit einer Erhöhung der Rauschleistung verbunden ist, so dass eine Vergrößerung der (halben) Augenöffnung um den Faktor K gleichzeitig einen Störabstandsgewinn von $20 \cdot \lg K$ zur Folge hat.

Der vorentzerrte Grundimpuls $g_d(t)$ am Eingang der DFE entspricht der Rechteckantwort eines Gaußtieffpasses mit der Grenzfrequenz $f_G \cdot T = 0.25$. In der Tabelle sind die auf s_0 normierten Abtastwerte von $g_d(t)$ angegeben. Auf der Angabenseite zu Aufgabe A3.8 ist $g_d(t)$ skizziert. Der vorentzerrte Grundimpuls $g_d(t)$ am Eingang der DFE entspricht der Rechteckantwort eines Gaußtieffpasses mit der Grenzfrequenz $f_G \cdot T = 0.25$. In der Tabelle sind die auf s_0 normierten Abtastwerte von $g_d(t)$ angegeben. Auf der Angabenseite zu Aufgabe A3.8 ist $g_d(t)$ skizziert.

Fragebogen zu "Z3.8: Optimaler Detektionszeitpunkt"

a) Berechnen Sie die halbe Augenöffnung für $T_D = 0$ und ideale DFE.

$$\mathbf{100\% DFE: \ddot{o}(T_D = 0)/(2s_0) =}$$

b) Wie müssen hierzu die Koeffizienten des Laufzeitfilters eingestellt werden?

$$k_1 =$$

$$k_2 =$$

$$k_3 =$$

c) Es gelte weiter $T_D = 0$. Welche (halbe) Augenöffnung ergibt sich, wenn die DFE die Nachläufer nur zu 50% kompensiert?

$$\mathbf{50\% DFE: \ddot{o}(T_D = 0)/(2s_0) =}$$

d) Bestimmen Sie den optimalen Detektionszeitpunkt und die Augenöffnung bei idealer DFE.

$$T_{D, \text{opt}}/T =$$

$$\mathbf{100\% DFE: \ddot{o}(T_{D, \text{opt}})/(2s_0) =}$$

e) Wie müssen hierzu die Koeffizienten des Laufzeitfilters eingestellt werden?

$$k_1 =$$

$$k_2 =$$

$$k_3 =$$

f) Wie groß ist die (halbe) Augenöffnung mit $T_{D, \text{opt}}$, wenn die DFE die Nachläufer nur zu 50% kompensiert? Interpretieren Sie das Ergebnis.

$$\mathbf{50\% DFE: \ddot{o}(T_{D, \text{opt}})/(2s_0) =}$$

A3.9: Korrelationsempfänger - unipolar

Betrachtet wird die gemeinsame Entscheidung von $N = 3$ Binärsymbolen (Bit) mittels des Korrelationsempfängers. Die $M = 8$ möglichen Quellensymbolfolgen Q_i besitzen alle die gleiche Wahrscheinlichkeit und sie sind durch die folgenden unipolaren Amplitudenkoeffizienten festgelegt:

$$Q_0 = 000, Q_1 = 001, Q_2 = 010, Q_3 = 011, \\ Q_4 = 100, Q_5 = 101, Q_6 = 110, Q_7 = 111.$$

Die möglichen Sendesignale $s_i(t)$ – jeweils mit der Dauer $3T$ – sind alle rechteckförmig mit Ausnahme von $s_0(t) = 0$. Die Signale $s_1(t)$, $s_2(t)$ und $s_4(t)$ mit nur jeweils einer „1“ besitzen

die Signalenergie E_B (steht für „Energie pro Bit“), während zum Beispiel die Energie von $s_7(t)$ gleich $3E_B$ beträgt.

Der Korrelationsempfänger bildet aus dem verrauschten Empfangssignal $r(t) = s(t) + n(t)$ insgesamt $2^3 = 8$ Entscheidungsgrößen (Metriken)

$$W_i = I_i - E_i/2 \quad \text{mit} \quad I_i = \int_0^{3T} r(t) \cdot s_i(t) dt \quad (i = 0, \dots, 7)$$

und setzt die Sinkensymbolfolge $V = Q_j$, falls W_j größer ist als alle anderen $W_{i \neq j}$. Damit trifft er eine optimale Entscheidung im Sinne von Maximum-Likelihood.

In der Tabelle sind die (unkorrigierten) Korrelationswerte I_0, \dots, I_7 für drei verschiedene Systeme angegeben, die sich hinsichtlich der Störungen $n(t)$ unterscheiden und mit **A**, **B** oder **C** bezeichnet werden. Eine dieser Spalten steht für „keine Störung“, eine für „geringe Störungen“ und ein weitere für „starke Störungen“. Zur Bestimmung der Metriken für die drei Systemvarianten wurde stets die gleiche Quellensymbolfolge gesendet.

	A	B	C
I_0	0.00	0.00	0.00
I_1	-0.07	0.00	-1.31
I_2	1.13	1.00	3.59
I_3	1.06	1.00	2.28
I_4	0.05	0.00	0.97
I_5	-0.02	0.00	-0.34
I_6	1.18	1.00	4.56
I_7	1.11	1.00	3.25

© 2008 www.LNTwww.de

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 3.7** dieses Buches.

Fragebogen zu "A3.9: Korrelationsempfänger - unipolar"

a) Bei welchem System gibt es keine Störungen $n(t)$?

- System A,
- System B,
- System C.

b) Welche Quellensymbolfolge $Q_k \in \{Q_0, \dots, Q_7\}$ wurde tatsächlich gesendet?

$k =$

c) Welcher Entscheidungswert W_j ist beim System A am größten?

System A: $j =$

d) Welcher Entscheidungswert W_j ist beim System C am größten?

System C: $j =$

e) Bei welchem System treten die größten Störungen auf? Bei

- System A,
- System B,
- System C.

f) Welche Aussagen gelten unter der Annahme, dass Q_2 gesendet wurde und der Korrelationsempfänger sich normalerweise auch für Q_2 entscheidet?

- Die Differenz zwischen W_2 und dem nächstgrößten Wert $W_{i \neq 2}$ ist um so kleiner, je stärker die Störungen sind.
- Wenn es zu einer Verfälschung kommt, dann entscheidet sich der Empfänger am wahrscheinlichsten für die Symbolfolge Q_6 .
- Die Wahrscheinlichkeiten für fehlerhafte Entscheidungen zugunsten von Q_0 , Q_3 bzw. Q_6 sind gleich.

A3.10: ML-Baumdiagramm

Wie in Aufgabe A3.9 betrachten wir die gemeinsame Entscheidung dreier Binärsymbole (Bits) mittels des Korrelationsempfängers. Die möglichen Sendesignale $s_0(t), \dots, s_7(t)$ seien bipolar. In der Grafik sind die Funktionen $s_0(t), s_1(t), s_2(t)$ und $s_3(t)$ dargestellt. Die blauen Kurvenverläufe gelten dabei für rechteckförmige NRZ-Sendeimpulse.

Darunter gezeichnet ist das so genannte Baumdiagramm für diese Konstellation unter der Voraussetzung, dass das Signal $s_3(t)$ gesendet wurde. Dargestellt sind hier im Bereich von 0 bis $3T$ die Funktionen

$$i_i(t) = \int_0^t s_3(\tau) \cdot s_i(\tau) d\tau \quad (i = 0, \dots, 7).$$

Der Korrelationsempfänger vergleicht die Endwerte $I_i = i_i(3T)$ miteinander und sucht den größtmöglichen Wert I_j . Das zugehörige Signal $s_j(t)$ ist dann dasjenige, das gemäß dem Maximum-Likelihood-Kriterium am wahrscheinlichsten gesendet wurde.

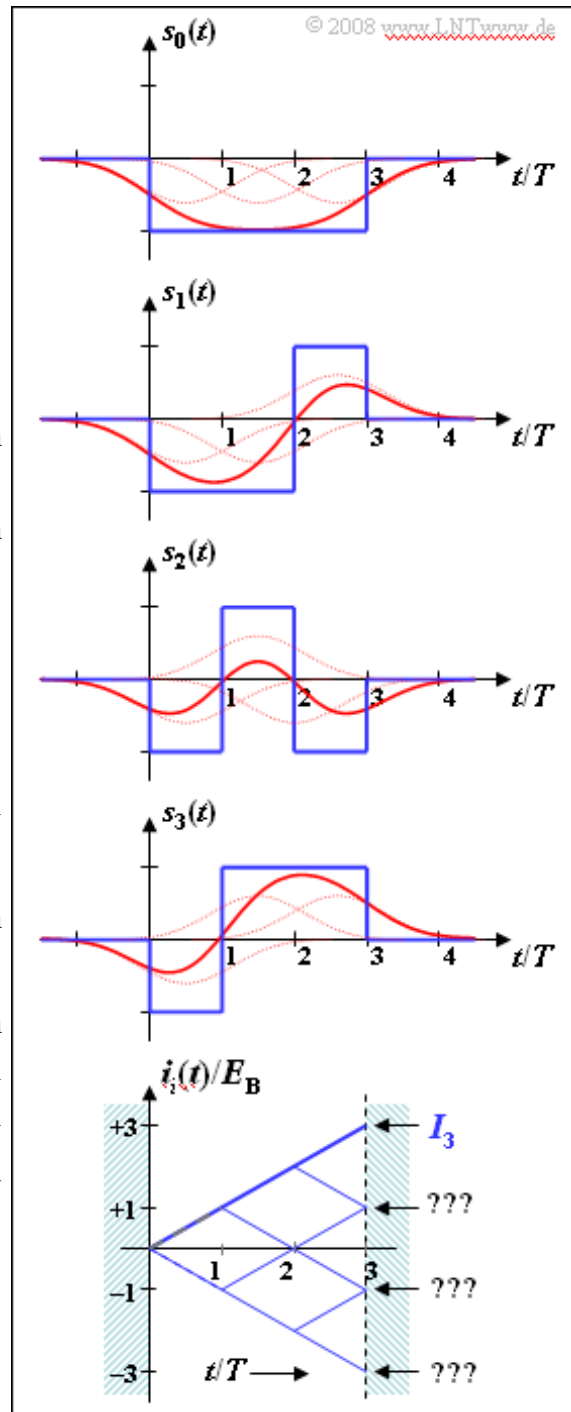
Anzumerken ist, dass der Korrelationsempfänger im allgemeinen die Entscheidung anhand der korrigierten Größen $W_i = I_i - E_i/2$ trifft. Da aber bei bipolaren Rechtecken alle Sendesignale ($i = 0, \dots, 7$) die genau gleiche Energie

$$E_i = \int_0^{3T} s_i^2(t) dt$$

aufweisen, liefern die Integrale I_i genau die gleichen ML-Informationen wie die korrigierten Größen W_i .

Die roten Signalverläufe $s_i(t)$ ergeben sich aus den blauen durch Faltung mit der Impulsantwort $h_G(t)$ eines Gaußtieffasses mit der Grenzfrequenz $f_G \cdot T = 0.35$. Jeder einzelne Rechteckimpuls wird somit entsprechend den rot-punktiert eingezeichneten Impulsverläufen vermindert und verbreitert. Die roten Funktionsverläufe weisen Impulsinterferenzen auf.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von Kapitel 3.7.



Fragebogen zu "A3.10: ML-Baumdiagramm"

a) Geben Sie die folgenden normierten Endwerte I_i/E_B für Rechtecksignale (ohne Rauschen) an.

$$I_0/E_B =$$

$$I_2/E_B =$$

$$I_4/E_B =$$

$$I_6/E_B =$$

b) Welche Aussagen gelten bei Berücksichtigung eines Rauschenterms?

- Das Baumdiagramm ist weiter durch Geradenstücke beschreibbar.
- Ist I_3 der maximale I_i -Wert, so entscheidet der Empfänger richtig.
- Es gilt unabhängig von der Stärke der Störungen $I_0 = I_6$.

c) Welche Aussagen gelten für die roten Signalverläufe (mit Impulsinterferenzen)?

- Das Baumdiagramm ist weiter durch Geradenstücke beschreibbar.
- Die Signalenergien $E_i (i = 0, \dots, 7)$ sind dann unterschiedlich.
- Es sind sowohl die Entscheidungsgrößen I_i als auch W_i geeignet.

d) Wie sollte der Integrationsbereich (t_1 bis t_2) gewählt werden?

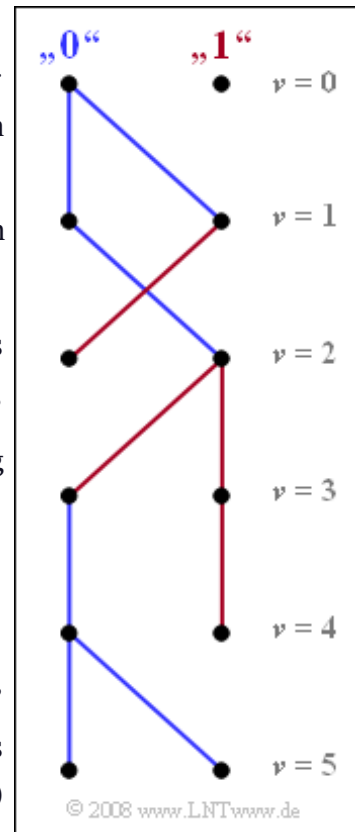
- Ohne Impulsinterferenzen (blau) sind $t_1 = 0, t_2 = 3T$ bestmöglich.
- Mit Impulsinterferenzen (rot) sind $t_1 = 0$ und $t_2 = 3T$ bestmöglich.

A3.11: Viterbi-Empfänger und Trellisdiagramm

Der sog. Viterbi-Empfänger erlaubt eine aufwandsgünstige Realisierung der Maximum-Likelihood-Entscheidungsregel. Er beinhaltet die im Folgenden aufgeführten Systemkomponenten:

- ein an den Sendegrundimpuls angepasstes Matched-Filter mit dem Frequenzgang $H_{MF}(f)$ und dem Ausgangssignal $m(t)$,
- einen Abtaster im Abstand der Symboldauer (Bitdauer) T , der das zeitkontinuierliche Signal $m(t)$ in die zeitdiskrete Folge $\langle m_\nu \rangle$ wandelt,
- ein Dekorrelationsfilter mit dem Frequenzgang $H_{DF}(f)$ zur Entfernung statistischer Bindungen zwischen den Störanteilen der Folge $\langle d_\nu \rangle$,
- den Viterbi-Entscheider, der mit einem trellisbasierten Algorithmus die Sinkensymbolfolge $\langle u_\nu \rangle$ gewinnt.

Die Grafik zeigt das vereinfachte Trellisdiagramm der beiden Zustände „0“ und „1“ für die Zeitpunkte $\nu \leq 5$. Dieses Diagramm erhält man als Ergebnis der Auswertung der beiden minimalen Gesamtfehlergrößen $\Gamma_\nu(0)$ und $\Gamma_\nu(1)$ entsprechend der **Aufgabe Z3.11**.



Gehen Sie in dieser Aufgabe von unipolaren und gleichwahrscheinlichen Amplitudenkoeffizienten aus:

$$\Pr(a_\nu = 0) = \Pr(a_\nu = 1) = 0.5.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 3.8**. Alle Größen sind hier normiert zu verstehen. Die hier angesprochene Thematik wird auch im folgenden Interaktionsmodul behandelt:

Eigenschaften des Viterbi-Empfängers

Fragebogen zu "A3.11: Viterbi-Empfänger und Trellisdiagramm"

a) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- Das Matched-Filter dient vorwiegend der Störleistungsbegrenzung.
- Das Dekorrelationsfilter entfernt Bindungen bzgl. Abtastwerten.
- Die Störleistung wird nur von $H_{MF}(f)$, nicht von $H_{DF}(f)$ beeinflusst.

b) Zu welchen Zeiten v kann man das aktuelle Symbol a_v endgültig entscheiden?

- $v = 1,$
- $v = 2,$
- $v = 3,$
- $v = 4,$
- $v = 5.$

c) Wie lautet die vom Viterbi-Empfänger entschiedene Folge?

$a_1 =$

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$a_5 =$

d) Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- Es ist sicher, dass die erkannte Folge auch gesendet wurde.
- Ein MAP-Empfänger hätte die gleiche Fehlerwahrscheinlichkeit.
- Schwellenwertentscheidung ist gleich gut wie der ML-Empfänger.

Z3.11: Maximum-Likelihood-Fehlergrößen

Für die in der Aufgabe A3.11 behandelte Maximum-Likelihood-Konstellation mit bipolaren Amplitudenkoeffizienten $a_v \in \{+1, -1\}$ sollen die Fehlergrößen $\varepsilon_v(i)$ und die minimalen Gesamtfehlergrößen $\Gamma_v(-1)$, $\Gamma_v(+1)$ ermittelt werden.

Der Grundimpuls ist durch die beiden Werte g_0 und g_{-1} gegeben. Diese können ebenso wie die Detektionsabstastwerte d_0 und d_1 aus den nachfolgenden Berechnungen für die Fehlergrößen $\varepsilon_v(i)$ zu den Zeitpunkten $v = 0$ und $v = 1$ entnommen werden. Anzumerken ist, dass vor der eigentlichen Nachricht (a_1, a_2, a_3) stets das Symbol $a_0 = 0$ gesendet wird. Für den Zeitpunkt $v = 0$ gilt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(+1) &= [-0.4 - 0.4]^2 = 0.64, \\ \varepsilon_0(-1) &= [-0.4 + 0.4]^2 = 0.00. \end{aligned}$$

Daraus könnte bereits zum Zeitpunkt $v = 0$ geschlossen werden, dass mit großer Wahrscheinlichkeit $a_1 = -1$ ist. Für den Zeitpunkt $v = 1$ ergeben sich folgende Fehlergrößen:

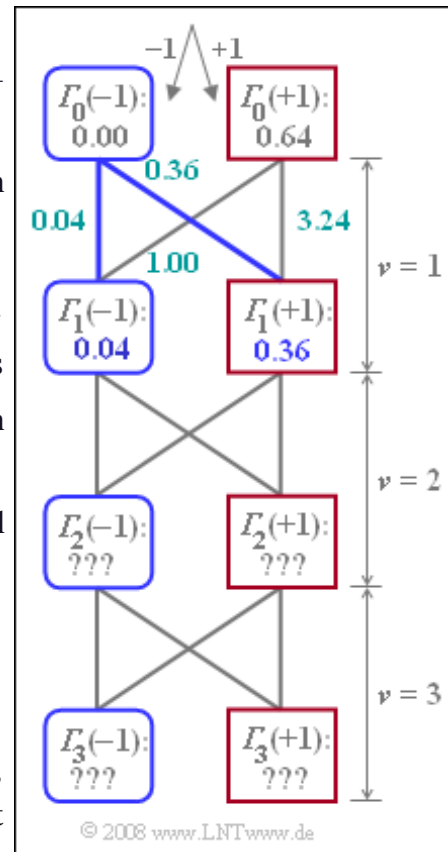
$$\begin{aligned} \varepsilon_1(+1, +1) &= [-0.8 - 0.6 - 0.4]^2 = 3.24, \\ \varepsilon_1(+1, -1) &= [-0.8 - 0.6 + 0.4]^2 = 1.00, \\ \varepsilon_1(-1, +1) &= [-0.8 + 0.6 - 0.4]^2 = 0.36, \\ \varepsilon_1(-1, -1) &= [-0.8 + 0.6 + 0.4]^2 = 0.04. \end{aligned}$$

Die minimalen Gesamtfehlergrößen $\Gamma_v(-1)$ und $\Gamma_v(+1)$, die mit diesen sechs Fehlergrößen berechnet werden können, sind bereits in der Grafik eingezeichnet. Die weiteren Detektionsabstastwerte sind

$$d_2 = 0.1, \quad d_3 = 0.5.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von Kapitel 3.8. Alle Größen sind hier normiert zu verstehen. Die hier angesprochene Thematik wird auch im folgenden Interaktionsmodul behandelt:

Eigenschaften des Viterbi-Empfängers



Fragebogen zu "Z3.11: Maximum-Likelihood-Fehlergrößen"

a) Von welchen Detektionsabstastwerten d_0 und d_1 wurde ausgegangen?

$$d_0 =$$

$$d_1 =$$

b) Welche Grundimpulsweite wurden dabei vorausgesetzt?

$$g_0 =$$

$$g_{-1} =$$

c) Welche der aufgeführten Detektionsabstastwerte sind für $\nu \geq 1$ möglich?

$\pm 0.2,$

$\pm 0.4,$

$\pm 0.6,$

$\pm 1.0.$

d) Geben Sie die minimalen Gesamtfehlergrößen für die Zeit $\nu = 2$ an ($d_2 = 0.1$).

$$\Gamma_2(+1) =$$

$$\Gamma_2(-1) =$$

e) Berechnen Sie die minimalen Gesamtfehlergrößen für die Zeit $\nu = 3$ ($d_3 = 0.5$).

$$\Gamma_3(+1) =$$

$$\Gamma_3(-1) =$$

A3.12: Trellisdiagramm für 2 Vorläufer

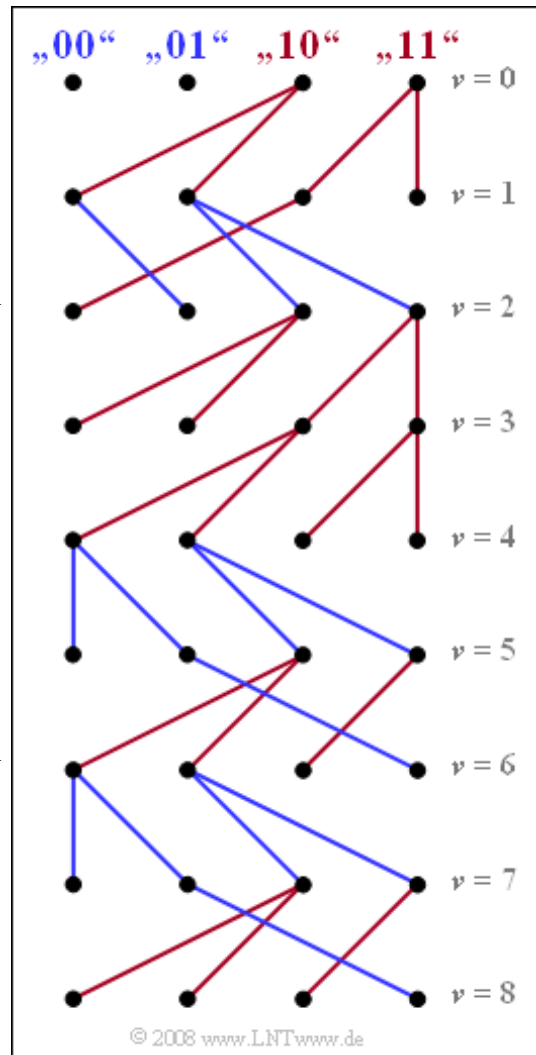
Wir gehen von den Grundimpulswerten g_0, g_{-1} und g_{-2} aus. Das bedeutet, dass die Entscheidung über das Symbol a_v auch durch die nachfolgenden Koeffizienten a_{v+1} und a_{v+2} beeinflusst wird. Damit sind für jeden Zeitpunkt v genau 8 Fehlergrößen ε_v zu berechnen, aus denen die minimalen Gesamtfehlergrößen $\Gamma_v(00), \Gamma_v(01), \Gamma_v(10)$ und $\Gamma_v(11)$ berechnet werden können. Hierbei liefert beispielsweise $\Gamma_v(01)$ Information über das Symbol a_v unter der Annahme, dass $a_{v+1} = 0$ und $a_{v+2} = 1$ sein werden. Die minimale Gesamtfehlergröße $\Gamma_v(01)$ ist hierbei der kleinere Wert aus dem Vergleich von

$$\Gamma_{v-1}(00) + \varepsilon_v(001) \text{ und } \Gamma_{v-1}(10) + \varepsilon_v(101).$$

Zur Berechnung der minimalen Gesamtfehlergröße $\Gamma_2(10)$ in den Teilaufgaben a) und b) soll von folgenden Zahlenwerten ausgegangen werden:

- unipolare Amplitudenkoeffizienten: $a_v \in \{0, 1\}$,
- Grundimpulswerte $g_0 = 0.5, g_{-1} = 0.3, g_{-2} = 0.2$,
- anliegender Detektionsabstastwert: $d_2 = 0.2$,
- Minimale Gesamtfehlergrößen zum Zeitpunkt $v = 1$:

$$\Gamma_1(00) = 0.0, \quad \Gamma_1(01) = 0.2, \quad \Gamma_1(10) = 0.6, \quad \Gamma_1(11) = 1.2.$$



In der Grafik ist das vereinfachte Trellisdiagramm für die Zeitpunkte $v = 1$ bis $v = 8$ dargestellt. Blaue Zweige kommen entweder von $\Gamma_{v-1}(00)$ oder von $\Gamma_{v-1}(01)$ und kennzeichnen eine hypothetische „0“. Dagegen weisen alle roten Zweige – ausgehend von den Zuständen $\Gamma_{v-1}(10)$ bzw. $\Gamma_{v-1}(11)$ – jeweils auf das Symbol „1“ hin.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 3.8**. Alle Größen sind hier normiert zu verstehen. Die hier angesprochene Thematik wird auch im folgenden Interaktionsmodul behandelt:

Eigenschaften des Viterbi-Empfängers

Fragebogen zu "A3.12: Trellis diagramm für 2 Vorläufer"

a) Berechnen Sie die folgenden Fehlergrößen:

$$\epsilon_2(\mathbf{010}) =$$

$$\epsilon_2(\mathbf{011}) =$$

$$\epsilon_2(\mathbf{110}) =$$

$$\epsilon_2(\mathbf{111}) =$$

b) Berechnen Sie die folgenden minimalen Gesamtfehlergrößen:

$$F_2(\mathbf{10}) =$$

$$F_2(\mathbf{11}) =$$

c) Wie lauten die vom Viterbi-Empfänger ausgegebenen Symbole?

- Die ersten sieben Symbole sind 1011010.
- Die ersten sieben Symbole sind 1101101.
- Das letzte Symbol $a_8 = 1$ ist sicher.
- Über das Symbol a_8 ist noch keine endgültige Aussage möglich.

A3.13: Vergleich SE – DFE – ML

Es sollen Fehlerwahrscheinlichkeiten verschiedener Empfängertypen miteinander verglichen werden. Im Einzelnen werden betrachtet:

- Schwellenwertentscheidung (p_{SE}),
- Entscheidungsrückkopplung (p_{DFE}) und
- Maximum-Likelihood-Detektion (p_{ML}).

Der „Hauptwert“ g_0 , der Vorläufer g_{-1} und der Nachläufer g_1 des Detektionsgrundimpulses sowie der Detektionsstöreffektivwert vor dem jeweiligen Entscheider (σ_d) sind für vier Systemvarianten **A**, **B**, **C** und **D** in der Tabelle angegeben.

	A	B	C	D
g_0	1.0	0.6	0.4	0.3
g_{-1}	0.0	0.1	0.3	0.4
g_1	0.0	0.3	0.3	0.3
σ_d	0.2	0.2	0.2	0.2
p_{SE}	$2.87 \cdot 10^{-7}$???	???	???
p_{DFE}	$2.87 \cdot 10^{-7}$???	???	???
p_{ML}	???	???	???	???

© 2008 www.LNTwww.de

Ausgegangen wird von bipolaren Amplitudenkoeffizienten, so dass zum Beispiel für die ungünstigste Fehlerwahrscheinlichkeit des Empfängers mit einfachem Schwellenwertentscheider gilt:

$$p_{U, SE} = \begin{cases} Q[(g_0 - |g_{-1}| - |g_1|)/\sigma_d] & \text{bei geöffnetem Auge,} \\ Q(0) = 0.5 & \text{bei geschlossenem Auge.} \end{cases}$$

Beim Nyquistsystem **A** ist die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit genau so groß, nämlich

$$p_{SE} = p_{U, SE} = Q(g_0/\sigma_d) = Q(5) \approx 2.87 \cdot 10^{-7}.$$

Bei den anderen hier betrachteten Systemvarianten **B**, **C** und **D** sind die Impulsinterferenzen so stark und der vorgegebene Störeffektivwert so klein, dass die folgende Näherung angewendet werden kann:

$$p_{SE} \approx 1/4 \cdot p_{U, SE} = 1/4 \cdot Q\left(\frac{\text{Max}[0, g_0 - |g_{-1}| - |g_1|]}{\sigma_d}\right).$$

Mit Ausnahme des Nyquistsystems **A** (hier ist $p_{DFE} = p_{SE}$) gilt für den DFE-Empfänger statt dessen:

$$p_{DFE} \approx 1/2 \cdot p_{U, DFE} = 1/2 \cdot Q\left(\frac{\text{Max}[0, g_0 - |g_{-1}|]}{\sigma_d}\right).$$

Dagegen wurde auf der **letzten Theorieseite** zu diesem Kapitel gezeigt, dass für einen Empfänger mit ML-Entscheidung folgende Näherung zutrifft:

$$p_{ML} = Q\left(\frac{\text{Max}[g_\nu]}{\sigma_d}\right).$$

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.8**. Die Zahlenwerte der Q-Funktion können Sie mit dem Interaktionsmodul **Komplementäre Gaußsche Fehlerfunktionen** ermitteln. Um den im Theorieteil angegebenen Algorithmus für zwei Vorläufer anwenden zu können, müssten Sie folgende Umbenennungen vornehmen:

$$g_1 \Rightarrow g_0, \quad g_0 \Rightarrow g_{-1}, \quad g_{-1} \Rightarrow g_{-2}.$$

Dies hat jedoch für die Berechnung der Fehlerwahrscheinlichkeiten keine Bedeutung.

Fragebogen zu "A3.13: Vergleich SE – DFE – ML"

a) Welche Fehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich bei System A mit ML-Detektion?

$$\text{System A: } p_{ML} =$$

b) Welche Fehlerwahrscheinlichkeiten sind bei System B zu erwarten?

$$\text{System B: } p_{SE} =$$

$$\text{System B: } p_{DFE} =$$

$$\text{System B: } p_{ML} =$$

c) Welche Fehlerwahrscheinlichkeiten ergeben sich bei System C?

$$\text{System C: } p_{SE} =$$

$$\text{System C: } p_{DFE} =$$

$$\text{System C: } p_{ML} =$$

d) Welche Fehlerwahrscheinlichkeiten sind bei System D zu erwarten?

$$\text{System D: } p_{SE} =$$

$$\text{System D: } p_{DFE} =$$

$$\text{System D: } p_{ML} =$$