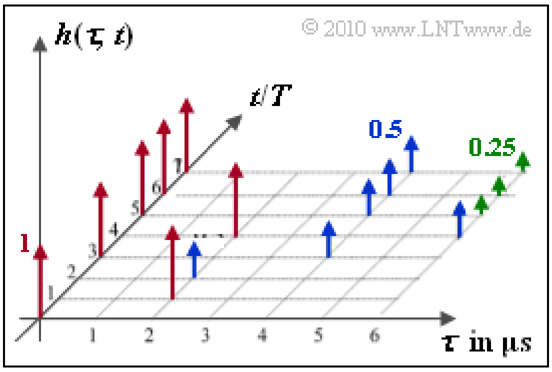
A2.1: 2–dimensionale Impulsantwort



Es soll die zweidimensionale Impulsantwort

$$h(\tau, t) = \sum_{m=1}^{M} z_m(t) \cdot \delta(\tau - \tau_m)$$

gemäß der nebenstehenden Grafik analysiert werden. Die beiden Achsen sind zeitdiskret:

- τ kennzeichnet die *Verzögerungszeit* und kann im Beispiel Werte zwischen 0 und 6 µs annehmen.
- Die *absolute Zeit* t macht Aussagen über die Häufigkeit der Momentaufnahmen und charakterisiert die Zeitvarianz. Es gilt $t = n \cdot T$, wobei $T >> \tau_{\text{max}}$ gelten soll.

Die Pfeile in der Grafik markieren verschiedene Diracfunktionen mit den Impulsgewichten 1 (rot), 1/2 (blau) und 1/4 (grün). Das bedeutet, dass hier auch die Verzögerungszeit τ zeitdiskret ist.

Bei den Messungen der Impulsantworten zu verschiedenen Zeiten t im Sekundenabstand betrug die Auflösung der τ–Achse 2 Mikrosekunden ($\Delta\tau$ = 2 µs). Genauer wurden die Echos nicht lokalisiert.

Weiter wird in dieser Aufgabe noch auf folgende Größen Bezug genommen:

- die *zeitvariante Übertragungsfunktion* entsprechend der Definition

$$H(f, t) \quad \bullet\!\!\overset{f,\,\tau}{-\!\!-\!\!-}\!\!\circ \quad h(\tau, t),$$

- die Näherung der *Kohärenzbandbreite* als Kehrwert der maximalen Ausdehnung von $h(\tau, t)$:

$$B_{\rm K}{}' = \frac{1}{\tau_{\rm max} - \tau_{\rm min}}.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 2.1.** Genauere Informationen zu verschiedenen Definitionen für die Kohärenzbandbreite finden Sie im **Kapitel 2.3,** insbesondere in der Musterlösung zur **Aufgabe Z2.7.**

Anzumerken ist, dass es sich hier um eine konstruierte Aufgabe handelt. Entsprechend obiger Grafik ändert sich die 2D–Impulsantwort während der Zeitspanne T gravierend. Deshalb ist T hier als sehr groß zu interpretieren, zum Beispiel eine Stunde. Im Mobilfunk ändert sich $h(\tau, t)$ unter Berücksichtigung des Dopplereffektes im Millisekundenbereich, doch sind die Änderungen während dieser Zeit eher moderat.

Fragebogen zu "A2.1: 2–dimensionale Impulsantwort"

a) Welche Einschränkung bedeutet „$\Delta\tau$ = 2µs" für die maximale Bandbreite $B_{\max}$ des zu untersuchenden Nachrichtensignals?

$B_{\max}$ = kHz

b) Zu welcher Zeit t_b ist der Kanal ideal, gekennzeichnet durch $H(f, t_b) = 1$?

t_b = · T

c) Ab welcher Zeit t_c führt dieser Kanal zu Verzerrungen?

t_c = · T

d) Berechnen Sie die Kohärenzbandbreite für $t = 3T$, $t = 4T$ und $t = 5T$:

$t = 3T$: B_K' = kHz

$t = 4T$: B_K' = kHz

$t = 5T$: B_K' = kHz

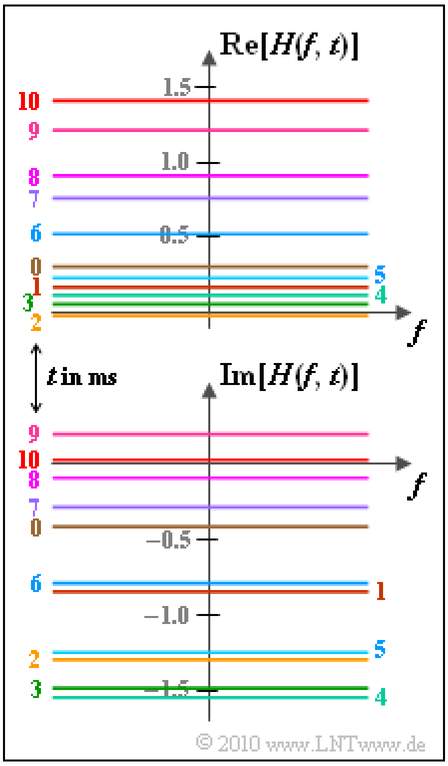
e) Ab welcher Zeit t_e könnte man diesen Kanal als zeitinvariant betrachten?

t_e = · T

f) Für welchen T–Wert macht das Arbeiten mit der 2D–Impulsantwort Sinn?

- ☐ Eine (langsame) Kanaländerung erfolgt etwa nach T = 1 µs.
- ☐ Eine (langsame) Kanaländerung erfolgt etwa nach T = 1 s.

Z2.1: Bezug zwischen *H*(*f*, *t*) und *h*(*τ*, *t*)



Zur Beschreibung eines zeitvarianten Kanals mit mehreren Pfaden verwendet man die *zweidimensionale Impulsantwort*

$$h(\tau, t) = \sum_{m=1}^{M} z_m(t) \cdot \delta(\tau - \tau_m)\,.$$

Der erste Parameter (τ) kennzeichnet die Verzögerungszeit, der zweite Parameter (t) macht Aussagen über die Zeitvarianz. Durch die Fouriertransformation von $h(\tau, t)$ kommt man schließlich zur *zeitvarianten Übertragungsfunktion*

$$H(f, t) \quad \bullet\!\!\xrightarrow{\;f,\,\tau\;}\!\!\circ \quad h(\tau, t)\,.$$

In der Grafik ist $H(f, t)$ in Abhängigkeit der Frequenz dargestellt, und zwar für verschiedene Werte der absoluten Zeit t im Bereich von 0 ... 10 ms.

Im allgemeinen ist $H(f, t)$ komplex. Der Realteil ist oben und der Imaginärteil unten separat gezeichnet.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 2.1.** In obiger Gleichung wird ein echofreier Kanal mit dem Parameter $M = 1$ dargestellt. Hier noch einige Zahlenwerte der vorgegebenen zeitvarianten Übertragungsfunktion:

$$\begin{aligned}
H(f, t &= 0\,\text{ms}) \approx 0.3 - \text{j} \cdot 0.4\,, \quad H(f, t = 2\,\text{ms}) \approx 0.0 - \text{j} \cdot 1.3\,,\\
H(f, t &= 4\,\text{ms}) \approx 0.1 - \text{j} \cdot 1.5\,, \quad H(f, t = 6\,\text{ms}) \approx 0.5 - \text{j} \cdot 0.8\,,\\
H(f, t &= 8\,\text{ms}) \approx 0.9 - \text{j} \cdot 0.1\,, \quad H(f, t = 10\,\text{ms}) \approx 1.4\,.
\end{aligned}$$

Wie schon aus der obigen Grafik zu erahnen ist, sind weder der Realteil noch der Imaginärteil der zweidimensionalen Übertragungsfunktion $H(f, t)$ mittelwertfrei.

Fragebogen zu "Z2.1: Bezug zwischen $H(f, t)$ und $h(\tau, t)$"

a) Liegt hier ein zeitvarianter Kanal vor?

- ○ Ja,
- ○ Nein.

b) Treten bei diesem Kanal Echos auf?

- ○ Ja,
- ○ Nein.

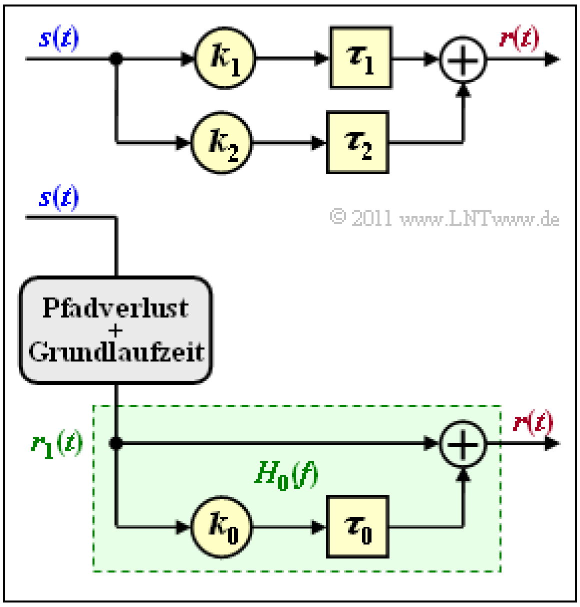
c) Wie kann hier die 2D–Impulsantwort beschrieben werden?

- ☐ $h(\tau, t) = A \cdot \delta(\tau) + B \cdot \delta(\tau - 5\ \mu\text{s})$.
- ☐ $h(\tau, t) = A \cdot \delta(\tau)$.
- ☐ $h(\tau, t) = z(t) \cdot \delta(\tau)$.

d) Schätzen Sie, für welchen Kanal die Daten aufgenommen wurden.

- ○ AWGN–Kanal,
- ○ Zweiwege–Kanal,
- ○ Rayleigh–Kanal,
- ○ Rice–Kanal.

A2.2: Einfaches Zweiwege–Modell



Wir betrachten hier einen Zweiwege–Kanal für den Mobilfunk entsprechend nebenstehender Grafik, gekennzeichnet durch die Modellparameter

$$k_1 = 10^{-4}\,, \tau_1 = 10\,\mu\text{s}\,, \tau_2 = 11\,\mu\text{s}\,.$$

Für den Dämpfungsfaktor auf dem Nebenpfad werden zwei verschiedene Zahlenwerte betrachtet:

- $k_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ (Teilaufgaben a bis d),
- $k_2 = 10^{-4}$ (Teilaufgaben e und f).

Unten ist ein äquivalentes Kanalmodell dargestellt, wobei nur der grün hinterlegte Teil weiter betrachtet wird. Das heißt: Die Grunddämpfung (Pfadverlust) und die Grundlaufzeit werden hierbei außer Betracht gelassen. Der Frequenzgang dieses (k_0, τ_0)–Modells wird mit $H_0(f)$ bezeichnet.

Eine wichtige Beschreibungsgröße eines jeden Mobilfunksystems ist die Kohärenzbandbreite B_K, die im **Kapitel 2.3** definiert wird. Anhand dieser lässt sich entscheiden, ob das System als nichtfrequenzselektiv eingeschätzt werden kann. Dies ist gerechtfertigt,wenn die Signalbandbreite B_S deutlich kleiner ist als die Kohärenzbandbreite B_K. Andernfalls ist das Mobilfunksystem frequenzselektiv, was eine kompliziertere Beschreibung erfordert.

Als eine einfache Näherung für die Kohärenzbandbreite verwendet man in der Literatur häufig den Kehrwert der Impulsverbreiterung (in *LNTwww* durch ein Hochkomma gekennzeichnet):

$$B_K{}' = \frac{1}{\tau_{\max} - \tau_{\min}}\,.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 2.2.** Für die Lösung benötigen Sie auch die Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Für k_2 werden hier nur positive Werte verwendet. Sie erinnern sich: Entsteht der Nebenpfad durch Reflexion an einer Wand, so ist eigentlich eine Phasenänderung um π zu berücksichtigen, woraus ein negativer k_2–Wert resultiert.

Fragebogen zu "A2.2: Einfaches Zweiwege–Modell"

a) Welche Länge d_1 weist der direkte Pfad auf?

d_1 = km

b) Wie lauten die Parameter des vereinfachten Modells für $k_2 = 2 \cdot 10^{-5}$?

k_0 =

τ_0 = µs

c) Berechnen Sie den Betragsfrequenzgang ⇒ $|H_0(f)|$ des vereinfachten Modells für die Frequenzen $f = 0$, $f = 250$ kHz und $f = 500$ kHz.

$|H_0(f = 0)|$ =

$|H_0(f = 250\text{ kHz})|$ =

$|H_0(f = 500\text{ kHz})|$ =

d) Welche Signalfrequenzen f_S bewirken destruktive Überlagerungen?

- [ ] $f_S = 500$ kHz,
- [ ] $f_S = 750$ kHz,
- [ ] $f_S = 1$ MHz.

e) Welche Kohärenzbandbreite ergibt sich für $k_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ bzw. $k_2 = 10^{-4}$ nach der einfachen Näherung?

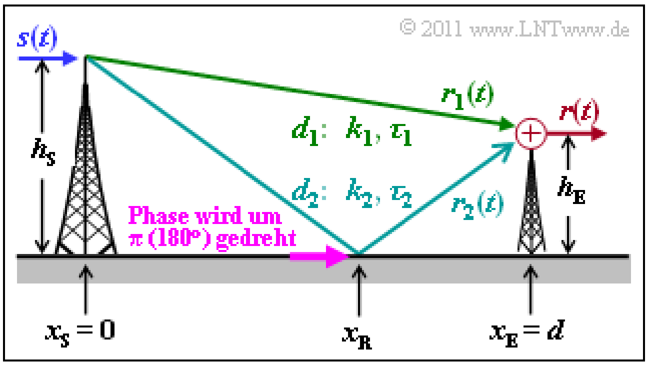
$k_2 = 2 \cdot 10^{-5}$: B_K' = MHz

$k_2 = 10^{-4}$: B_K' = MHz

f) Welche Aussagen sind bezüglich der Frequenzselektivität richtig, wenn B_S die Signalbandbreite bezeichnet?

- [ ] Für GSM (B_S = 200 kHz) ist der Kanal frequenzselektiv.
- [ ] Für UMTS (B_S = 5 MHz) ist der Kanal frequenzselektiv.

Z2.2: Realer Zweiwegekanal



Betrachtet wird das skizzierte Szenario, bei dem das Sendesignal $s(t)$ die Antenne des Empfängers über zwei Wege erreicht:

$$\begin{aligned} r(t) &= r_1(t) + r_2(t) = \\ &= k_1 \cdot s(t-\tau_1) + k_2 \cdot s(t-\tau_2)\,. \end{aligned}$$

Dabei ist zu beachten:

- Die Laufzeiten τ_1 und τ_2 auf Haupt– und Nebenpfad können aus den Pfadlängen d_1 und d_2 unter Verwendung der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s berechnet werden.
- Die Amplitudenfaktoren k_1 und k_2 sollen vereinfachend gemäß dem Pfadverlustmodell mit dem Pfadverlustexponenten $\gamma = 2$ angenommen werden (Freiraumdämpfung).
- Die Höhe der Sendeantenne ist h_S = 500 m, die der Empfangsantenne h_E = 30 m. Die Antennen stehen im Abstand von d = 10 km.
- Die Reflektion auf dem Nebenpfad führt zu einer Phasenänderung um π, so dass man die Teilsignale subtrahieren muss. Dies wird durch einen negativen k_2–Wert berücksichtigt.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 2.2.**

Fragebogen zu "Z2.2: Realer Zweiwegekanal"

a) Berechnen Sie die Distanz d_1 des direkten Pfades.

$\boldsymbol{d_1}$ = m

b) Berechnen Sie die Länge d_2 des Umwegpfades.

$\boldsymbol{d_2}$ = m

c) Welche Differenzen $\Delta d = d_2 - d_1$ und $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$ (Laufzeit) ergeben sich?

exakt: $\boldsymbol{\Delta d}$ = m

$\boldsymbol{\Delta\tau}$ = ns

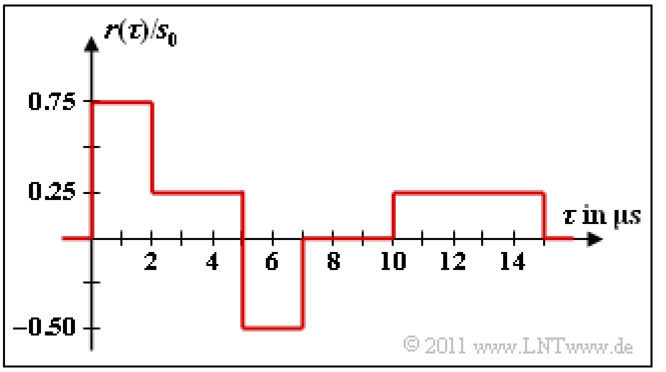
d) Welche Gleichung ergibt sich für die Laufzeitdifferenz $\Delta\tau$ mit der für kleine ε gültigen Näherung $(1 + \varepsilon)^{0.5} \approx 1 + \varepsilon/2$?

- [ ] $\Delta\tau = (h_\text{S} - h_\text{E})/d$,
- [ ] $\Delta\tau = (h_\text{S} - h_\text{E})/(c \cdot d)$,
- [ ] $\Delta\tau = 2 \cdot h_\text{S} \cdot h_\text{E}/(c \cdot d)$.

e) Welche Aussagen treffen für die Amplitudenkoeffizienten k_1 und k_2 zu?

- ○ Die Koeffizienten k_1 und k_2 sind betragsmäßig nahezu gleich.
- ○ Die Beträge $|k_1|$ und $|k_2|$ unterscheiden sich deutlich.
- ○ Die Koeffizienten k_1 und k_2 unterscheiden sich im Vorzeichen.

A2.3: Noch ein Mehrwegekanal



Wir betrachten einen Mehrwegekanal, der durch folgende Impulsantwort charakterisiert wird:

$$h(\tau, t) = h(\tau) = \sum_{m=1}^{M} k_m \cdot \delta(\tau - \tau_m).$$

Alle Koeffizienten k_m seien reell (positiv oder negativ). Weiterhin ist anzumerken:

- Aus der Angabe $h(\tau, t) = h(\tau)$ erkennt man, dass der Kanal zeitinvariant ist.
- Allgemein weist der Kanal M Pfade auf. Der M–Wert soll aus der Grafik bestimmt werden.
- Für die Verzögerungszeiten gelten folgende Relationen: $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \ldots$

Die Grafik zeigt das Ausgangssignal $r(\tau)$ des Kanals, wenn am Eingang folgendes Sendesignal anliegt (dargestellt im äquivalenten Tiefpassbereich):

$$s(\tau) = \begin{cases} s_0 & 0 \le \tau < 5\,\mu\text{s}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Gesucht wird die dazugehörige Impulsantwort $h(\tau)$ sowie die Übertragungsfunktion $H(f)$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.2.** Gehen Sie bei der Lösung der Teilaufgabe a) davon aus, dass sich die Impulsantwort $h(\tau)$ über 5 Mikrosekunden erstreckt.

Fragebogen zu "A2.3: Noch ein Mehrwegekanal"

a) Wie lautet die Impulsantwort $h(\tau)$? Wie viele Pfade (M) gibt es hier?

$\boldsymbol{M}$ =

b) Geben Sie die drei ersten Verzögerungszeiten τ_m an.

τ_1 = µs,

τ_2 = µs,

τ_3 = µs.

c) Wie lauten die Gewichte der drei ersten Diracimpulse?

$\boldsymbol{k_1}$ =

$\boldsymbol{k_2}$ =

$\boldsymbol{k_3}$ =

d) Berechnen Sie den Frequenzgang $H(f)$. Wie groß ist die Frequenzperiode f_0?
Hinweis: Bei ganzzahligem i muss $H(f + i \cdot f_0) = H(f)$ gelten.

$\boldsymbol{f_0}$ = kHz

e) Berechnen Sie den Betragsfrequenzgang. Welche Werte ergeben sich für die Frequenzen $f = 0$, $f = 250$ kHz und $f = 500$ kHz?

$|H(f = 0)|$ =

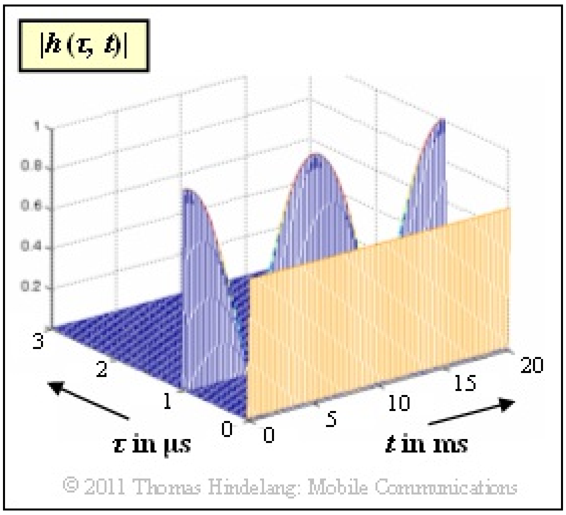
$|H(f = 250\text{ kHz})|$ =

$|H(f = 500\text{ kHz})|$ =

f) Was ist der ungünstigste Wert für k_3 bezüglich der Frequenz $f = 250$ kHz?

Worst Case für $f = 250$ kHz: $\boldsymbol{k_3}$ =

A2.4: $h(\tau, t)$ und $H(f, t)$



Dargestellt ist die zweidimensionale Impulsantwort $h(\tau, t)$ eines Mobilfunksystems in Betragsdarstellung. Es ist zu erkennen, dass die 2D–Impulsantwort nur für die Verzögerungszeiten τ = 0 und τ = 1 µs Anteile besitzt. Zu diesen Zeitpunkten gilt:

$$\begin{aligned} h(\tau = 0\,\mu\text{s}, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \text{const.} \\ h(\tau = 1\,\mu\text{s}, t) &= \cos(2\pi \cdot t/T_0)\,. \end{aligned}$$

Für alle anderen τ–Werte ist $h(\tau, t) = 0$.

Gesucht ist die zweidimensionale Übertragungsfunktion $H(f, t)$ als die Fouriertransformierte von $h(\tau, t)$ hinsichtlich der Verzögerungszeit τ:

$$H(f, t) \quad \bullet\!\!\xrightarrow{f,\,\tau}\!\!\circ \quad h(\tau, t)\,.$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 2.2.** Eine ähnliche Problematik wird in der **Aufgabe A2.5** behandelt, allerdings mit veränderter Nomenklatur.

Fragebogen zu "A2.4: $h(\tau, t)$ und $H(f, t)$"

a) Wie groß ist die Periodendauer T_0 der Funktion $h(\tau = 1\ \mu s, t)$. Beachten Sie, dass in der Grafik der Betrag $|h(\tau, t)|$ dargestellt ist.

T_0 = ms

b) Zu welchen Zeiten t_1 (zwischen 0 und 10 ms) und t_2 (zwischen 10 ms und 20 ms) ist $H(f, t)$ bezüglich f konstant?

t_1 = ms

t_2 = ms

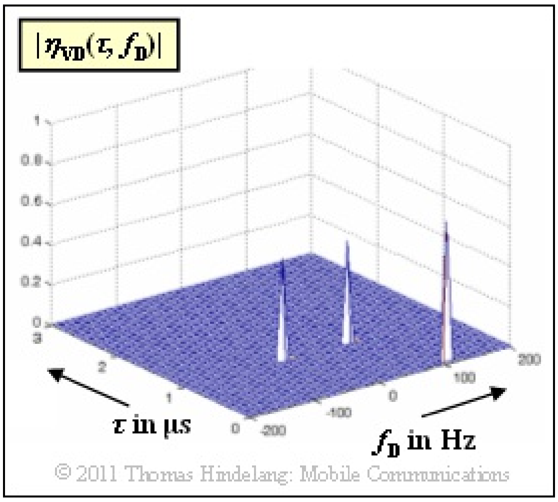
c) Berechnen Sie $H_0(f) = H(f, t = 0)$. Welche Aussagen sind zutreffend?

- [ ] Es gilt $H_0(f) = H_0(f + i \cdot 1\ \text{MHz})$, $i = \pm 1, \pm 2, ...$
- [ ] Es gilt näherungsweise $0.293 \le |H_0(f)| \le 1.707$.
- [ ] $|H_0(f)|$ hat bei $f = 0$ ein Maximum.

d) Berechnen Sie $H_{10}(f) = H(f, t = 10\ \text{ms})$. Welche Aussagen sind zutreffend?

- [ ] Es gilt $H_{10}(f) = H_{10}(f + i \cdot 1\ \text{MHz})$, $i = \pm 1, \pm 2, ...$
- [ ] Es gilt näherungsweise $0.293 \le (H_{10}(f) \le 1.707$.
- [ ] $|H_{10}(f)|$ hat bei $f = 0$ ein Maximum.

A2.5: Scatter-Funktion



Für den Mobilfunkkanal als zeitvariantes System gibt es insgesamt vier Systemfunktionen, die über die Fouriertransformation miteinander verknüpft sind. Mit der im Lerntutorial formalisierten Nomenklatur sind diese:

- die zeitvariante Impulsantwort $h(\tau,\ t)$, die wir hier auch mit $\eta_{\rm VZ}(\tau,\ t)$ bezeichnen,
- die Verzögerungs–Doppler–Funktion $\eta_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D})$
- die Frequenz–Doppler–Funktion $\eta_{\rm FD}(f, f_{\rm D})$,
- die zeitvariante Übertragungsfunktion $\eta_{\rm FZ}(f,\ t)$.

Die Indizes stehen für die **V**erzögerung τ, die **Z**eit t, die **F**requenz f sowie die **D**opplerfrequenz $f_{\rm D}$.

Gegeben ist die Verzögerungs–Doppler–Funktion $\eta_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D})$ entsprechend der oberen Grafik:

$$\begin{aligned}\eta_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D}) \;&=\; \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \delta(\tau) \cdot \delta(f_{\rm D} - 100\,{\rm Hz}) - \\ &- \frac{1}{2} \cdot \delta(\tau - 1\,\mu{\rm s}) \cdot \delta(f_{\rm D} - 50\,{\rm Hz}) - \frac{1}{2} \cdot \delta(\tau - 1\,\mu{\rm s}) \cdot \delta(f_{\rm D} + 50\,{\rm Hz})\,.\end{aligned}$$

In der Literatur wird $\eta_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D})$ oft auch *Scatter–Funktion* genannt und mit $s(\tau, f_{\rm D})$, bezeichnet.

Beachten Sie, dass oben die Betragsfunktion $|\eta_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D})|$ dargestellt ist, so dass die negativen Gewichte der beiden letzten Diracfunktionen nicht zu erkennen sind. In dieser Aufgabe sollen die zugehörige Verzögerungs–Zeit–Funktion $\eta_{\rm VZ}(\tau,\ t)$ und die Frequenz–Doppler–Funktion $\eta_{\rm FD}(f, f_{\rm D})$ ermittelt werden.

Hinweis: Die Aufgabe soll den Lehrstoff von **Kapitel 2.3** verdeutlichen. Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Systemfunktionen ist auf der **Grafik** der ersten Seite dieses Kapitels angegeben.

Fragebogen zu "A2.5: Scatter-Funktion"

a) Bei welchen τ–Werten hat die 2D–Impulsantwort $\eta_{VZ}(\tau, t)$ Anteile?

- ☐ $\tau = 0$,
- ☐ $\tau = 1\ \mu s$,
- ☐ andere τ–Werte.

b) Berechnen Sie $|\eta_{VZ}(\tau = 0, t)|$. Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- ☐ $|\eta_{VZ}(\tau = 0, t)|$ ist unabhängig von t.
- ☐ Es gilt $\eta_{VZ}(\tau = 0, t) = A \cdot \cos(2\pi f_0\, t)$.
- ☐ Es gilt $\eta_{VZ}(\tau = 0, t) = A \cdot \sin(2\pi f_0\, t)$.

c) Berechnen Sie $|\eta_{VZ}\ (\tau = 1\ \mu s, t)|$. Welche der Aussagen treffen zu?

- ☐ $|\eta_{VZ}(\tau = 1\ \mu s, t)|$ ist unabhängig von t.
- ☐ Es gilt $\eta_{VZ}(\tau = 1\ \mu s, t) = A \cdot \cos(2\pi f_0\, t)$.
- ☐ Es gilt $\eta_{VZ}(\tau = 1\ \mu s, t) = A \cdot \sin(2\pi f_0\, t)$.

d) Betrachten Sie nun die Frequenz–Doppler–Darstellung $\eta_{FD}(f, f_D)$. Für welche f_D–Werte ist diese Funktion ungleich 0?

- ☐ $f_D = 0$,
- ☐ $f_D = \pm\ 50$ Hz,
- ☐ $f_D = \pm\ 100$ Hz.

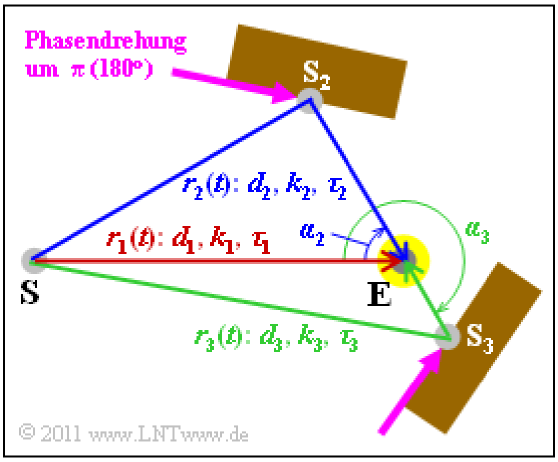
e) Welche der folgenden Aussagen gelten für $\eta_{FD}(f, f_D)$?

- ☐ $|\eta_{FD}(f, f_D = 100\ \text{Hz})|$ ist unabhängig von f_D.
- ☐ Es gilt $\eta_{FD}(f, f_D = 50\ \text{Hz}) = A \cdot \cos\ (2\pi\ t_0 f)$.
- ☐ Es gilt $\eta_{FD}(f, f_D = 50\ \text{Hz}) = A \cdot \sin\ (2\pi\ t_0 f)$.

f) Wie kommt man zur zeitvarianten Übertragungsfunktion $\eta_{FZ}(f, t)$?

- ☐ Durch Fouriertransformation von $\eta_{VD}(\tau, f_D)$ bezüglich τ.
- ☐ Durch Fouriertransformation von $\eta_{VZ}(\tau, t)$ bezüglich τ.
- ☐ Durch Fourierrücktransformation von $\eta_{FD}(f, f_D)$ bezüglich f_D.

Z2.5: Mehrwege-Szenario



In **Aufgabe A2.5** war die Verzögerungs–Doppler–Funktion vorgegeben. Daraus sollte man die anderen Systemfunktionen berechnen und interpretieren. Die Vorgabe für die Scatterfunktion $s(\tau_0, f_D)$ lautete:

$$\begin{aligned} s(\tau_0, f_\text{D}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \delta(\tau_0) \cdot \delta(f_\text{D} - 100\text{ Hz}) \\ &- \frac{1}{2} \cdot \delta(\tau_0 - 1\,\mu\text{s}) \cdot \delta(f_\text{D} - 50\text{ Hz}) \\ &- \frac{1}{2} \cdot \delta(\tau_0 - 1\,\mu\text{s}) \cdot \delta(f_\text{D} + 50\text{ Hz})\,. \end{aligned}$$

Hinweius: In unserem Lerntutorial wird $s(\tau_0, f_D)$ auch mit $\eta_{VD}(\tau_0, f_D)$ bezeichnet.

Wir haben hier die Verzögerungsvariable τ durch τ_0 ersetzt. Dabei beschreibt die neue Variable τ_0 die Differenz zwischen der Laufzeit eines Pfades und der Laufzeit τ_1 des Hauptpfades. Der Hauptpfad ist somit in obiger Gleichung durch $\tau_0 = 0$ gekennzeichnet.

Nun wird versucht, ein Mobilfunkszenario zu finden, bei dem tatsächlich diese Scatterfunktion auftreten würde. Die Grundstruktur ist dabei oben als Draufsicht skizziert, und es gilt:

- Gesendet wird eine einzige Frequenz $f_S = 2$ GHz.
- Der mobile Empfänger (E) ist hier durch einen gelben Punkt dargestellt. Nicht bekannt ist, ob das Fahrzeug steht, sich auf den Sender (S) zu bewegt oder sich von diesem entfernt.
- Das Signal gelangt über einen Hauptpfad (rot) und zwei Nebenpfaden (blau und grün) zum Empfänger. Reflexionen an den Hindernissen führen jeweils zu Phasendrehungen um π.
- S_2 und S_3 sind hier als fiktive Sender zu verstehen, aus deren Lage die Auftreffwinkel α_2 und α_3 der Nebenpfade ermittelt werden können.
- Für die Dopplerfrequenz gilt mit der Signalfrequenz f_S, dem Winkel α, der Geschwindigkeit v und der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s:

  $$f_\text{D} = v/c \cdot f_\text{S} \cdot \cos(\alpha)\,.$$

- Die Dämpfungsfaktoren k_1, k_2 und k_3 sind umgekehrt proportional zu den Pfadlängen d_1, d_2 und d_3. Dies entspricht dem Pfadverlustexponenten $\gamma = 2$: Die Signalleistung nimmt quadratisch mit der Distanz d ab und dementsprechend die Signalamplitude linear mit d.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 2.3** und bezieht sich auch auf das **Pfadverlustmodell** und den **Dopplereffekt.**

Fragebogen zu "Z2.5: Mehrwege-Szenario"

a) Betrachten Sie zunächst nur die Diracfunktion bei $\tau = 0, f_D = 100$ Hz. Welche Aussagen gelten für den Empfänger?

- [ ] Der Empfänger steht.
- [ ] Der Empfänger fährt direkt auf den Sender zu.
- [ ] Der Empfänger entfernt sich in Gegenrichtung zum Sender.

b) Wie groß ist die Fahrzeuggeschwindigkeit?

$\boldsymbol{v}$ = km/h

c) Welche Aussagen gelten für den Dirac bei $\tau_0 = 1$ µs, $f_D = +50$ Hz?

- [ ] Dieser Dirac stammt vom blauen Pfad.
- [ ] Dieser Dirac stammt vom grünen Pfad.
- [ ] Der Winkel α_2 (siehe Grafik) beträgt 30°.
- [ ] Der Winkel α_2 (siehe Grafik) beträgt 60°.

d) Welche Aussagen gelten für den grünen Pfad?

- [ ] Für diesen gilt $\tau_0 = 1$ µs und $f_D = -50$ Hz.
- [ ] Der Winkel α_3 beträgt 60°.
- [ ] Der Winkel α_3 beträgt 240°.

e) Welche Relationen bestehen zwischen den beiden Nebenpfaden?

- [ ] Es gilt $d_3 = d_2$.
- [ ] Es gilt $k_3 = k_2$.
- [ ] Es gilt $\tau_3 = \tau_2$.

f) Wie groß ist die Laufzeitdifferenz $\Delta d = d_2 - d_1$?

$\boldsymbol{\Delta d}$ = m

g) Welches Verhältnis besteht zwischen d_2 und d_1?

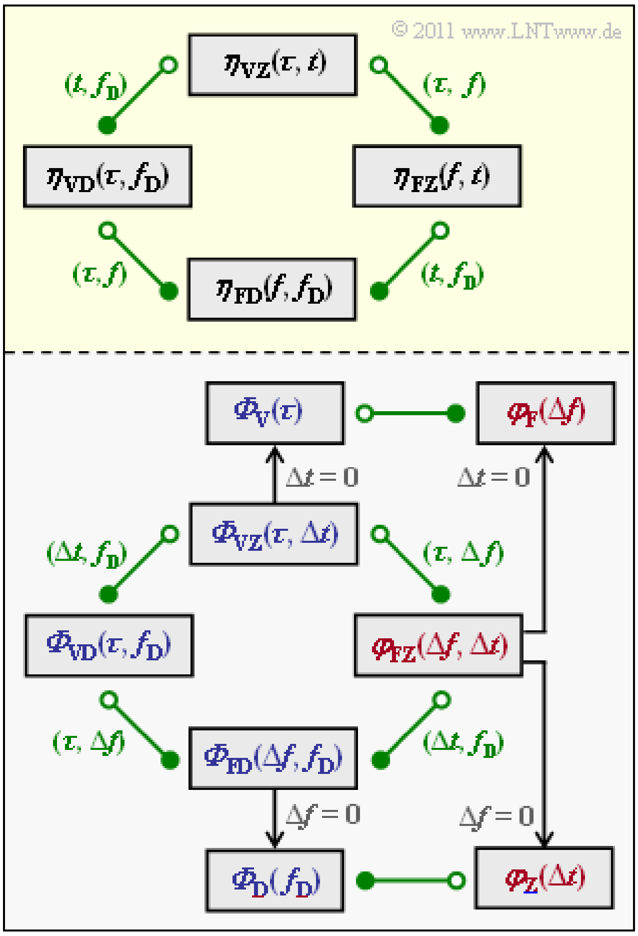
$\boldsymbol{d_2/d_1}$ =

h) Geben Sie die Distanzen d_1 und d_2 an.

$\boldsymbol{d_1}$ = m

d_2 = m

A2.6: Einheiten bei GWSSUS



Der Mobilfunkkanal kann in sehr allgemeinen Form durch vier Systemfunktionen beschrieben werden, wobei der Zusammenhang zwischen je zwei Funktionen durch

- die Fouriertransformation bzw.
- die Fourierrücktransformation

gegeben ist.

Wir bezeichnen die Funktionen einheitlich mit η_{12}. Die Indizes seien wie folgt vereinbart:

- **V** steht für Verzögerung τ (Index „1”),
- **F** steht für die Frequenz f (Index „1”),
- **Z** steht für die Zeit t (Index „2”),
- **D** ist die Dopplerfrequenz f (Index „2”).

Der Zusammenhang zwischen den Funktionen ist in der oberen Grafik (gelbe Hinterlegung) dargestellt. Fourierkorrespondenzen sind grün eingezeichnet:

- Der Übergang von einem weiß gefüllten zu einem grün gefüllten Kreis entspricht einer **Fouriertransformation.**
- Der Übergang von einem grün gefüllten zu einem weiß gefüllten Kreis (Gegenrichtung) entspricht einer **Fourierrücktransformation.**

Beispielsweise gilt:

$$\eta_{\rm VZ}(\tau, t) \quad \stackrel{\tau,\hspace{0.05cm}f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \quad \eta_{\rm FZ}(f, t), \qquad \eta_{\rm FZ}(f, t) \quad \stackrel{f,\hspace{0.05cm}\tau}{\bullet\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\circ} \quad \eta_{\rm VZ}(\tau, t).$$

Die hieraus abgeleitete Korrelationsfunktion „φ_{12}” und das Leistungsdichtespektrum „Φ_{12}” werden mit den gleichen Indizes versehen wie die Systemfunktion η_{12}. Korrelationsfunktionen erkennt man in der unteren Grafik an der roten Schrift und alle Leistungsdichtespektren sind blau beschriftet. Es wird stets vom GWSSUS–Modell ausgegangen.

Betrachten wir hier die Systemfunktion $\eta_{\rm VZ}(\tau, t)$, also die zeitvariante Impulsantwort $h(\tau, t)$. Für diese ergeben sich folgende Beschreibungsgrößen:

$$\varphi_{\rm VZ}(\tau_1, t_1, \tau_2, t_2) = {\rm E}\left[\eta_{\rm VZ}(\tau_1, t_1) \cdot \eta_{\rm VZ}^{\star}(\tau_2, t_2)\right],$$

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1, \quad \Delta t = t_2 - t_1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{\rm VZ}(\Delta\tau, \Delta t),$$

$$\varphi_{\rm VZ}(\Delta\tau, \Delta t) = \delta(\Delta\tau) \cdot \Phi_{\rm VZ}(\tau, \Delta t).$$

$$\Phi_{\rm V}(\tau) = \Phi_{\rm VZ}(\tau, \Delta t = 0).$$

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 2.3.**

Fragebogen zu "A2.6: Einheiten bei GWSSUS"

a) Stimmen die angegeben Einheiten der Systemfunktionen?

- ☐ $\eta_{\rm VZ}(\tau, t)$ hat die Einheit [1/s].
- ☐ $\eta_{\rm FZ}(f, t)$ hat keine Einheit.
- ☐ $\eta_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D})$ hat keine Einheit.
- ☐ $\eta_{\rm FD}(f, f_{\rm D})$ hat die Einheit [1/Hz].

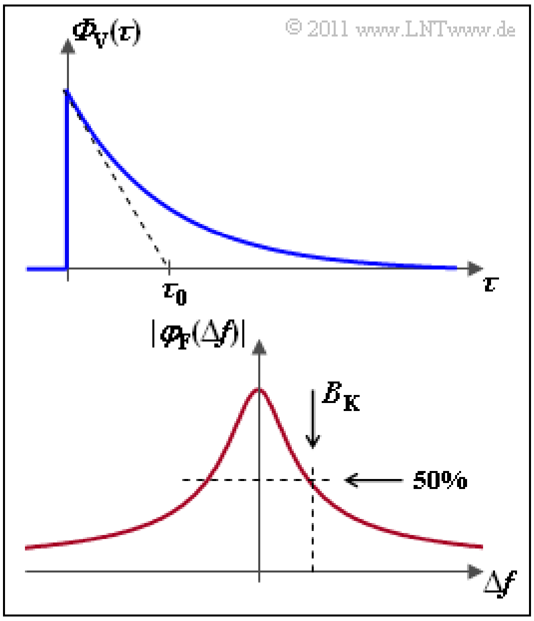
b) Stimmen die Einheiten der folgenden Funktionen?

- ☐ $\varphi_{\rm VZ}(\Delta\tau, \Delta t)$ hat die Einheit [1/s].
- ☐ $\Phi_{\rm VZ}(\tau, \Delta t)$ hat die Einheit [1/s].
- ☐ $\Phi_{\rm V}(\tau)$ hat die Einheit [1/s].

c) Stimmen die Einheiten der weiteren Funktionen?

- ☐ $\varphi_{\rm FZ}(\Delta f, \Delta t)$, $\varphi_{\rm F}(\Delta f)$ und $\varphi_{\rm Z}(\Delta t)$ haben keine Einheit.
- ☐ $\Phi_{\rm VD}(\tau, f_{\rm D})$ hat die Einheit [1/s].
- ☐ $\Phi_{\rm FD}(\Delta f, f_{\rm D})$ und $\Phi_{\rm D}(f_{\rm D})$ haben die Einheit [1/Hz].

A2.7: Kohärenzbandbreite



Für das Verzögerungs–Leistungsdichtespektrum wählen wir einen exponentiellen Ansatz. Mit $\Phi_0 = \Phi_V(\tau = 0)$ gilt:

$$\frac{\Phi_V(\tau)}{\Phi_0} = \exp(-\tau/\tau_0)\,.$$

Die Konstante τ_0 lässt sich entsprechend der oberen Grafik aus der Tangente im Punkt $\tau = 0$ ermitteln. Beachten Sie, dass $\Phi_V(\tau)$ die Einheit [1/s] aufweist. Weiter gilt:

- Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_V(\tau)$ hat gleiche Form wie $\Phi_V(\tau)$, ist jedoch auf die Fläche 1 normiert.
- Die mittlere Verzögerungszeit (engl. *Average Excess Delay*) m_V ist gleich dem linearen Erwartungswert $E[\tau]$ und lässt sich aus der WDF $f_V(\tau)$ bestimmen.
- Die **Mehrwegeverbreiterung** (engl. *Multipath Spread*) σ_V gibt die Standardabweichung (Streuung) der Zufallsgröße τ an. Im Theorieteil verwenden wir hierfür auch die Bezeichnung T_V.
- Die dargestellte Frequenzkorrelationsfunktion $\varphi_F(\Delta f)$ kann als die Fouriertransformierte des Verzögerungs–Leistungsdichtespektrums $\Phi_V(\tau)$ berechnet werden:

$$\varphi_F(\Delta f) \;\bullet\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\circ\; \Phi_V(\tau)\,.$$

- Die **Kohärenzbandbreite** B_K ist der Δf–Wert, bei dem die Frequenzkorrelationsfunktion $\varphi_F(\Delta f)$ auf den halben Betrag abgefallen ist.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 2.3.** Benötigt werden Kenntnisse zur **Momentenberechnung** von Zufallsgrößen aus dem Buch „Stochastische Signaltheorie". Außerdem kann folgende Fouriertransformation als gegeben vorausgesetzt werden:

$$x(t) = \begin{cases} \exp(-\lambda \cdot t) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases} \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet \quad X(f) = \frac{1}{\lambda + \mathrm{j}\cdot 2\pi f}\,.$$

Fragebogen zu "A2.7: Kohärenzbandbreite"

a) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_V(\tau)$ der Verzögerungszeit?

- [ ] $f_V(\tau) = \exp(-\tau/\tau_0)$,
- [ ] $f_V(\tau) = 1/\tau_0 \cdot \exp(-\tau/\tau_0)$,
- [ ] $f_V(\tau) = \Phi_0 \cdot \exp(-\tau/\tau_0)$.

b) Bestimmen Sie die mittlere Verzögerungszeit für $\tau_0 = 1$ µs.

m_V = µs

c) Welcher Wert ergibt sich für die Mehrwegeverbreiterung mit $\tau_0 = 1$ µs?

σ_V = µs

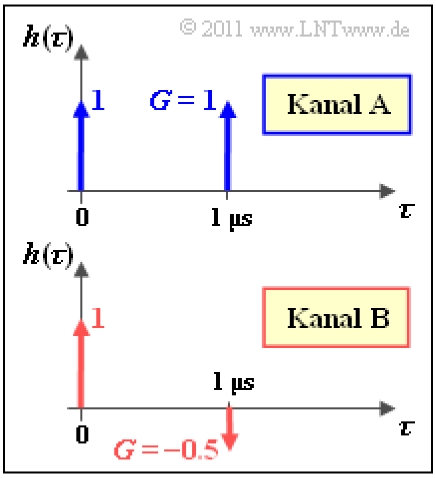
d) Welche Gleichung gilt für die Frequenzkorrelationsfunktion $\varphi_F(\Delta f)$?

- [ ] $\varphi_F(\Delta f) = [1/\tau_0 + \text{j}\, 2\pi \cdot \Delta f]^{-1}$,
- [ ] $\varphi_F(\Delta f) = \exp[-(\tau_0 \cdot \Delta f)^2]$.

e) Bestimmen Sie die Kohärenzbandbreite B_K.

B_K = kHz

Z2.7: B_K für den LZI–Zweiwegekanal



Zum GWSSUS–Modell werden zwei Kenngrößen angegeben, die beide die entstehende Verzögerung τ statistisch erfassen. Mehr Informationen zum Thema „Mehrwegeausbreitung" finden Sie auf **Seite 8** des Theorieteils.

- Die **Mehrwegeverbreiterung** T_V ist definitionsgemäß gleich der Standardabweichung der Zufallsgröße τ. Diese kann aus der Wahrscheinlichkeitsdichte $f_V(\tau)$ ermittelt werden. Die WDF $f_V(\tau)$ ist dabei formgleich mit dem Verzögerungs–Leistungsdichtespektrum $\Phi_V(\tau)$ ist.
- Die **Kohärenzbandbreite** B_K beschreibt den gleichen Sachverhalt im Frequenzbereich. Diese ist implizit durch die Frequenzkorrelationsfunktion $\varphi_F(\Delta f)$ festgelegt als derjenige Δf–Wert, bei dem deren Betrag erstmals auf die Hälfte abgefallen ist:

$$|\varphi_F(\Delta f = B_K)| \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \cdot |\varphi_F(\Delta f = 0)|\,.$$

Der Zusammenhang zwischen $\Phi_V(\tau)$ und $\varphi_F(\Delta f)$ ist durch die Fouriertransformation gegeben:

$$\varphi_F(\Delta f) \;\bullet\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\circ\; \Phi_V(\tau)\,.$$

Beide Definitionen sind bei einem zeitinvarianten Kanal nur bedingt geeignet. Beispielsweise verwendet man für einen zeitinvarianten Zweiwegekanal (also mit konstanten Pfadgewichten entsprechend obiger Grafik) oft als Näherung für die Kohärenzbandbreite:

$$B_K{}' = \frac{1}{\tau_{max} - \tau_{min}}\,.$$

In dieser Aufgabe soll geklärt werden,

- warum es in der Literatur verschiedene Definitionen für die Kohärenzbandbreite gibt,
- welcher Zusammenhang zwischen B_K und B_K' besteht, und
- welche Definitionen bei welchen Randbedingungen sinnvoll sind.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf einige Theorieseiten in **Kapitel 2.2** und **Kapitel 2.3.**

Fragebogen zu "Z2.7: B_K für den LZI–Zweiwegekanal"

a) Welche Kohärenzbandbreitennäherungen ergeben sich für Kanal A und B?

Kanal A: B_K' = kHz

Kanal B: B_K' = kHz

b) Wie lautet die WDF $f_V(\tau)$? G gibt das Gewicht des zweiten Pfades an.

- [ ] $f_V(\tau) = \delta(\tau) + G \cdot \delta(\tau - \tau_0)$,
- [ ] $f_V(\tau) = \delta(\tau) + G^2 \cdot \delta(\tau - \tau_0)$,
- [ ] $f_V(\tau) = 1/(1 + G^2) \cdot \delta(\tau) + G^2/(1 + G^2) \cdot \delta(\tau - \tau_0)$.

c) Berechnen Sie die Mehrwegeverbreiterung.

Kanal A: T_V = µs

Kanal B: T_V = µs

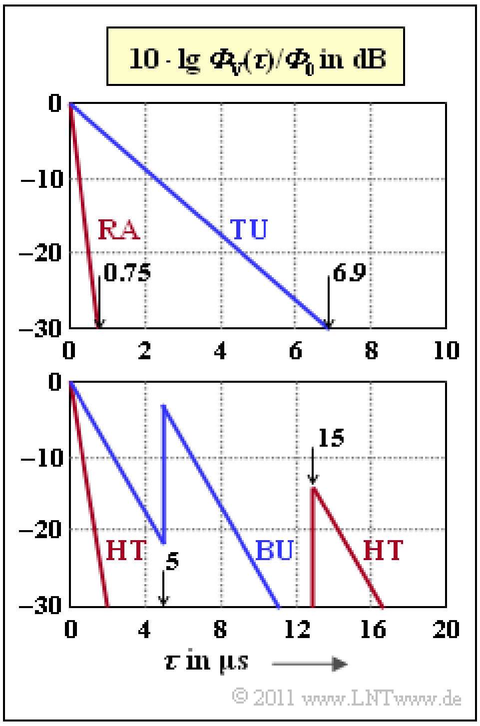
d) Welche Kohärenzbandbreite B_K weist der Kanal A auf?

- [ ] Es gilt B_K = 333 kHz.
- [ ] Es gilt B_K = 500 kHz.
- [ ] Es gilt B_K = 1 MHz.
- [ ] B_K ist nach dieser Definition nicht angebbar.

e) Welche Kohärenzbandbreite B_K weist der Kanal B auf?

- [ ] Es gilt B_K = 333 kHz.
- [ ] Es gilt B_K = 500 kHz.
- [ ] Es gilt B_K = 1 MHz.
- [ ] B_K ist nach dieser Definition nicht angebbar.

A2.8: COST-Verzögerungsmodelle



Rechts sind vier Verzögerungs–Leistungsdichtespektren als Funktion der Verzögerungszeit τ logarithmisch aufgetragen:

$$10 \cdot \lg \left(\Phi_{\rm V}(\tau)/\Phi_0 \right),$$

Hierbei ist als Abkürzung $\phi_0 = \phi_V(\tau = 0)$ verwendet.

Es handelt sich um die sog. *COST–Verzögerungsmodelle*. Die obere Skizze beinhaltet die beiden Profile **RA** (*Rural Area*) und **TU** (*Typical Urban*). Für diese gilt folgender Verlauf:

$$\Phi_{\rm V}(\tau)/\Phi_0 = \exp[-\tau/\tau_0].$$

Der Wert des Parameters τ_0 (Zeitkonstante der AKF) soll in der Teilaufgabe (a) aus der Grafik ermittelt werden. Beachten Sie hierzu die angegebenen τ–Werte für –30 dB:

$${\rm RA}: \tau_{-30} = 0.75\,\mu{\rm s}, \quad {\rm TU}: \tau_{-30} = 6.9\,\mu{\rm s}.$$

Die untere Grafik gilt für ungünstigere Verhältnisse in

- städtischen Gebieten (*Bad Urban*, **BU**):

$$\Phi_{\rm V}(\tau)/\Phi_0 = \left\{ \begin{array}{c} \exp[-\tau/\tau_0] \\ 0.5 \cdot \exp[(5\,\mu{\rm s} - \tau)/\tau_0] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} {\rm Bereich}\ 0 < \tau < 5\,\mu{\rm s}, \ \tau_0 = 1\,\mu{\rm s}, \\ {\rm Bereich}\ 5\,\mu{\rm s} < \tau < 10\,\mu{\rm s}, \ \tau_0 = 1\,\mu{\rm s}, \end{array}$$

- in ländlichen Gebieten (*Hilly Terrain*, **HT**):

$$\Phi_{\rm V}(\tau)/\Phi_0 = \left\{ \begin{array}{c} \exp[-\tau/\tau_0] \\ 0.04 \cdot \exp[(15\,\mu{\rm s} - \tau)/\tau_0] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} {\rm Bereich}\ 0 < \tau < 2\,\mu{\rm s}, \ \tau_0 = 0.286\,\mu{\rm s}, \\ {\rm Bereich}\ 15\,\mu{\rm s} < \tau < 20\,\mu{\rm s}, \ \tau_0 = 1\,\mu{\rm s}. \end{array}$$

Für die Modelle RA, TU und BU sollen folgende Kenngrößen ermittelt werden:

- Die **Mehrwegeverbreiterung** T_V ist die Standardabweichung der Verzögerungszeit τ. Hat das Verzögerungs–LDS $\Phi_V(\tau)$ einen exponentiellen Verlauf wie bei den Profilen „RA" und „TU", so gilt $T_V = \tau_0$, siehe **Aufgabe A2.7.**

- Die **Kohärenzbandbreite** B_K ist der Δf–Wert, bei dem die Frequenzkorrelationsfunktion $\varphi_F(\Delta f)$ betragsmäßig erstmals auf die Hälfte abgefallen ist. Bei exponentiellem $\Phi_V(\tau)$ wie bei „RA" und „TU" ist das Produkt $T_V \cdot B_K \approx 0.276$, siehe **Aufgabe A2.7.**

Hinweis: Die Aufgabe gehört zu **Kapitel 2.3.** Vorgegeben sind die folgenden Integrale:

$$\frac{1}{\tau_0} \cdot \int_0^\infty {\rm e}^{-\tau/\tau_0}\,{\rm d}\tau = 1, \quad \frac{1}{\tau_0} \cdot \int_0^\infty \tau \cdot {\rm e}^{-\tau/\tau_0}\,{\rm d}\tau = \tau_0, \quad \frac{1}{\tau_0} \cdot \int_0^\infty \tau^2 \cdot {\rm e}^{-\tau/\tau_0}\,{\rm d}\tau = 2\tau_0^2.$$

Fragebogen zu "A2.8: COST-Verzögerungsmodelle"

a) Geben Sie den LDS–Parameter τ_0 für die Profile **RA** und **TU** an.

RA: τ_0 = µs

TU: τ_0 = µs

b) Wie groß ist die Mehrwegeverbreiterung dieser Kanäle?

RA: T_V = µs

TU: T_V = µs

c) Welche Kohärenzbandbreite stellen diese Kanäle bereit?

RA: B_K = kHz

TU : B_K = kHz

d) Bei welchem Kanal spielt Frequenzselektivität eine größere Rolle?

- [ ] Bei „Rural Area”.
- [ ] Bei „Typical Urban”.

e) Wie groß ist die (normierte) Leistungsdichte für „Bad Urban” und τ = 5.001 µs bzw. τ = 4.999 µs?

BU: $\Phi_V(\tau = 5.001\ \mu s)$ = $\cdot\ \Phi_0$

$\Phi_V(\tau = 4.999\ \mu s)$ = $\cdot\ \Phi_0$

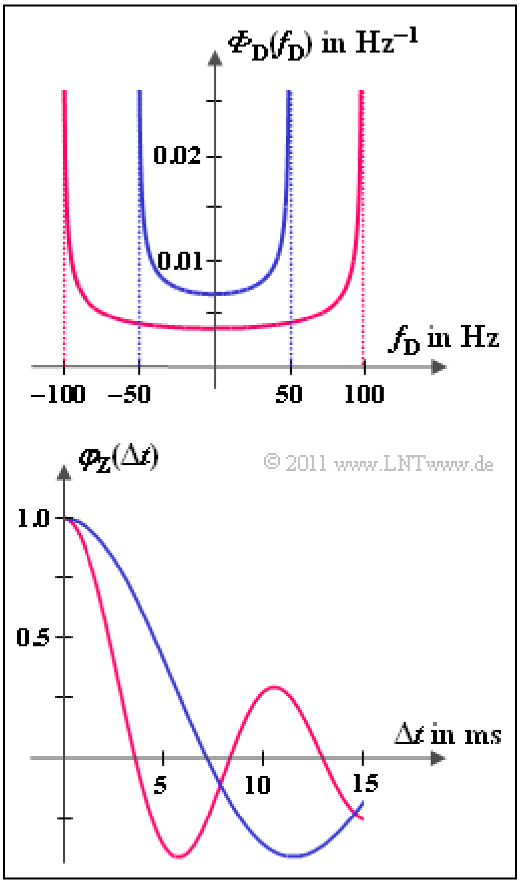
f) Wir betrachten weiterhin **BU**. Wie groß ist der prozentuale Leistungsanteil P_1 der Signalanteile zwischen 0 und 5 µs?

BU: $P_1/(P_1 + P_2)$ = %

g) Berechnen Sie die Mehrwegeverbreiterung T_V des Profils „**BU**”. Hinweis: Die mittlere Laufzeit beträgt $m_V = E[\tau]$ = 2.667 µs.

BU: T_V = µs

A2.9: Korrelationsdauer



Im Frequenzbereich wird der Einfluss des Rayleigh–Fadings durch das **Jakes–Spektrum** beschrieben. Mit dem Rayleigh–Parameter $\sigma = 2^{-0.5}$ (Wurzel aus 1/2) gilt für dieses im Doppler–Frequenzbereich $|f_D| \le f_{D,\,max}$:

$$\Phi_D(f_D) = \frac{1}{\pi \cdot f_{D,\,max} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_D}{f_{D,\,max}}\right)^2}}\,.$$

Diese Funktion ist hier für $f_{D,\,max} = 50$ Hz (blaue Kurve) und für $f_{D,\,max} = 100$ Hz (rote Kurve) dargestellt.

Die Funktion $\varphi_Z(\Delta t)$ ist die Fourierrücktransformierte des Doppler–Leistungsdichtespektrums $\Phi_D(f)$:

$$\varphi_Z(\Delta t) = J_0(2\pi \cdot f_{D,\,max} \cdot \Delta t)\,.$$

J_0 bezeichnet die *Besselfunktion nullter Ordnung*. Diese ebenfalls symmetrische Korrelationsfunktion $\varphi_Z(\Delta t)$ ist unten skizziert, aus Platzgründen allerdings nur die rechte Hälfte.

Aus jeder dieser beiden Beschreibungsfunktionen lässt sich eine Kenngröße ableiten:

- Die **Dopplerverbreiterung** B_D bezieht sich auf das Doppler–LDS $\Phi_D(f_D)$ und gibt dessen Streuung σ_D an. Zu berücksichtigen ist, dass das Jakes–Spektrum mittelwertfrei ist, so dass die Varianz σ_D^2 nach dem Satz von Steiner gleich dem quadratischen Mittelwert $E[f_D^2]$ ist. Die Berechnung geschieht analog zur Bestimmung der Mehrwegeverbreiterung T_V aus dem Verzögerungs–LDS $\Phi_V(\tau)$ ⇒ **Aufgabe A2.7.**
- Die **Korrelationsdauer** T_D bezieht sich dagegen auf die Zeitkorrelationsfunktion $\varphi_Z(\Delta t)$ und gibt denjenigen Δt–Wert an, bei dem deren Betrag erstmals auf die Hälfte ihres Maximums (stets bei $\Delta t = 0$) abgefallen ist. Man erkennt die Analogie zur Bestimmung der Kohärenzbandbreite B_K aus der Frequenzkorrelationsfunktion $\varphi_F(\Delta f)$ ⇒ **Aufgabe A2.7.**

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf **Kapitel 2.1** und **Kapitel 2.3.**
Gegeben ist das folgende unbestimmte Integral:

$$\int \frac{u^2}{\sqrt{1-u^2}}\,du = -\frac{u}{2} \cdot \sqrt{1-u^2} + \frac{1}{2} \cdot \arcsin(u)\,.$$

Abschließend noch einige Werte für die Besselfunktion nullter Ordnung (J_0):

$$J_0(\pi/2) = 0.472\,,\quad J_0(1.52) = 0.500\,,\quad J_0(\pi) = -0.305\,,\quad J_0(2\pi) = 0.221\,.$$

Fragebogen zu "A2.9: Korrelationsdauer"

a) Welche Aussagen treffen für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) der Dopplerfrequenz im vorliegenden Beispiel zu?

- [ ] Die Doppler–WDF ist identisch mit dem Doppler–LDS.
- [ ] Die Doppler–WDF ist nur formgleich mit dem Doppler–LDS.
- [ ] Doppler–WDF und –LDS unterscheiden sich grundsätzlich.

b) Bestimmen Sie die Dopplerverbreiterungen B_D.

$f_{D,\,max}$ = 50 Hz: B_D = Hz

$f_{D,\,max}$ = 100 Hz: B_D = Hz

c) Welcher Zeitkorrelationswert ergibt sich für Δt = 5 ms?

$f_{D,\,max}$ = 50 Hz: $\varphi_Z(\Delta t = 5\text{ ms})$ =

$f_{D,\,max}$ = 100 Hz: $\varphi_Z(\Delta t = 5\text{ ms})$ =

d) Wie groß sind die Korrelationsdauern für beide Parametersätze?

$f_{D,\,max}$ = 50 Hz: T_D = ms

$f_{D,\,max}$ = 100 Hz: T_D = ms

e) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Dopplerverbreiterung B_D und der Korrelationsdauer T_D, ausgehend vom Jakes–Spektrum?

- [ ] $B_D \cdot T_D \approx 1$,
- [ ] $B_D \cdot T_D \approx 0.5$,
- [ ] $B_D \cdot T_D \approx 0.171$.