A1.1: Zur Kennzeichnung aller Bücher

Seit den 1960er Jahren werden alle Bücher mit einer 10–stelligen *International Standard Book Number* versehen. Die letzte Ziffer dieser sog. **ISBN–10–Angabe** berechnet sich dabei entsprechend folgender Regel:

$$z_{10} = \left(\sum_{i=1}^{9} i \cdot z_i \right) \mod 11 \,.$$

Seit 2007 ist zusätzlich die Angabe entsprechend des Standards **ISBN–13** verpflichtend, wobei die Prüfziffer z_{13} sich dann wie folgt ergibt:

$$z_{13} = 10 - \left(\sum_{i=1}^{12} z_i \cdot 3^{(i+1) \mod 2} \right) \mod 10 \,.$$

Nebenstehend sind einige beispielhafte ISBN angegeben. Hierauf beziehen sich die folgenden Fragen.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 1.1.**

Fragebogen zu "A1.1: Zur Kennzeichnung aller Bücher"

a) Um welchen Standard handelt es sich bei Beispiel 1?

- ○ ISBN–10,
- ○ ISBN–13.

b) Entsprechend Beispiel 2 sind zwei Ziffern einer ISBN–13 ausgelöscht. Kann man die ISBN rekonstruieren? Wenn Ja: Geben Sie die ISBN–13 an.

- ○ Ja,
- ○ Nein.

c) Entsprechend Beispiel 3 ist eine Ziffer einer ISBN–13 ausgelöscht. Kann die ISBN rekonstruiert werden? Wenn Ja: Geben Sie die ISBN–13 an.

- ○ Ja,
- ○ Nein.

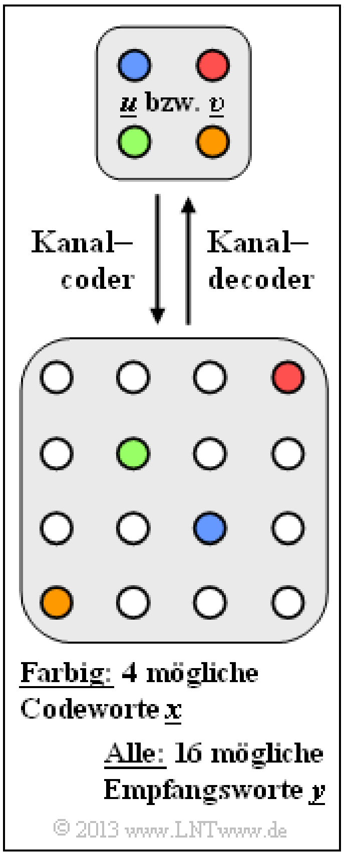
d) Wieviele verschiedene Werte kann die Prüfziffer z_{10} bei ISBN–10 annehmen?

$\boldsymbol{M}$ =

e) Mitgeteilt als ISBN–10 wird 3–8273–7064–7. Welche Aussage trifft zu?

- ☐ Dies ist keine zulässige ISBN.
- ☐ Die ISBN könnte richtig sein.
- ☐ Die ISBN ist mit Sicherheit richtig.

A1.2: Einfacher binärer Kanalcode



Die Grafik verdeutlicht die hier betrachtete Kanalcodierung C:

- Es gibt vier mögliche Informationsblöcke $\underline{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$.
- Jeder Informationsblock $\underline{u}$ wird eindeutig (erkennbar an der gleichen Farbe) dem Codewort $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ zugeordnet.
- Aufgrund von Decodierfehlern ($0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 0$) gibt es mehr als 4, nämlich 16 verschiedene Empfangsworte $\underline{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$.

Ab Teilaufgabe d) betrachten wir folgende Zuordnung:

$$\underline{u_0} = (0, 0) \leftrightarrow (0, 0, 0, 0) = \underline{x_0}\,,$$
$$\underline{u_1} = (0, 1) \leftrightarrow (0, 1, 0, 1) = \underline{x_1}\,,$$
$$\underline{u_2} = (1, 0) \leftrightarrow (1, 0, 1, 0) = \underline{x_2}\,,$$
$$\underline{u_3} = (1, 1) \leftrightarrow (1, 1, 1, 1) = \underline{x_3}\,.$$

Hinweis: Die hier abgefragten Beschreibungsgrößen wie

- Coderate,
- Hamming–Gewicht,
- Hamming–Distanz, usw.

werden auf **Seite 4** und **Seite 5** von Kapitel 1.1 definiert.

Fragebogen zu "A1.2: Einfacher binärer Kanalcode"

a) Aus wievielen Binärsymbolen besteht ein Informationsblock?

k =

b) Wie groß ist die Codewortlänge n?

n =

c) Wie groß ist die Coderate?

R =

d) Ist der hier vorgegebene Code systematisch?

- Ja,
- Nein.

e) Geben Sie die Hamming–Gewichte aller Codeworte an.

$w_{\rm H}(\underline{x}_0)$ =

$w_{\rm H}(\underline{x}_1)$ =

$w_{\rm H}(\underline{x}_2)$ =

$w_{\rm H}(\underline{x}_3)$ =

f) Geben Sie die Hamming–Distanzen zwischen folgenden Codeworten an.

$d_{\rm H}(\underline{x}_0, \underline{x}_1)$ =

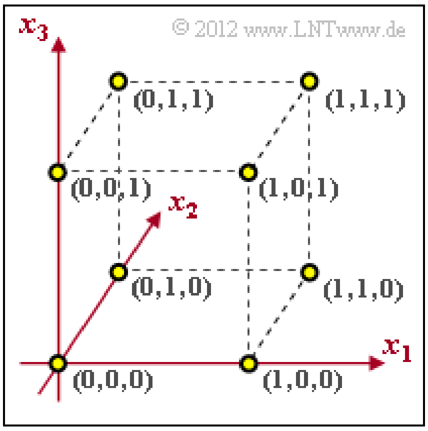
$d_{\rm H}(\underline{x}_0, \underline{x}_3)$ =

$d_{\rm H}(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ =

g) Wie groß ist die minimale Hamming–Distanz des betrachteten Codes C?

$d_{\rm min}(C)$ =

Z1.2: 3D–Darstellung von Codes



Codes zur Fehlererkennung bzw. Fehlerkorrektur lassen sich sehr anschaulich im n–dimensionalen Raum darstellen. Wir beschränken uns hier auf binäre Codes der Länge n = 3:

$$\underline{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathrm{GF}(2^3),$$
$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Allgemein gilt bei der Blockcodierung:

- Das Informationswort $\underline{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$ wird eindeutig in das Codewort $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ überführt.
- Die Coderate beträgt $R = k/n$.
- Die Hamming–Distanz $d_{\rm H}(\underline{x}, \underline{x}')$ zwischen zwei Codeworten $\underline{x} \in C$ und $\underline{x}' \in C$ gibt die Anzahl der Bitpositionen an, in denen sich $\underline{x}$ und $\underline{x}'$ unterscheiden.
- Die Minimaldistanz $d_{\rm min} = \min\,[d_{\rm H}(\underline{x}, \underline{x}')]$ ist ein Maß für die Korrekturfähigkeit eines Codes.
- Es können $e = d_{\rm min} - 1$ Fehler erkannt und $t = (d_{\rm min} - 1)/2$ korrigiert werden. Die letzte Aussage gilt allerdings nur für ungerades $d_{\rm min}$.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 1.1.** Zusätzlich werden einige einfache Fragen zu **Kapitel 1.3** vorweg genommen.

Fragebogen zu "Z1.2: 3D–Darstellung von Codes"

a) Welche Aussagen gelten, wenn alle Punkte in $GF(2^3)$ belegt sind?

- [ ] Es gilt die Zuordnung $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3) \;\rightarrow\; \underline{x} = (x_1, x_2, x_3)$.
- [ ] Es gilt die Identität $\underline{x} = \underline{u}$.
- [ ] Die Coderate ist $R = 1$.
- [ ] Die Minimaldistanz zwischen zwei Codeworten ist $d_{\rm min} = 2$.

b) Welche Aussagen gelten für einen (3, 2, 2)–Blockcode?

- [ ] Code $C_1 = \{(0, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$ ist möglich.
- [ ] Code $C_2 = \{(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 1)\}$ ist möglich.
- [ ] Code $C_3 = \{(0, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 1, 1)\}$ ist möglich.

c) Welche Eigenschaften zeigt der in Teilaufgabe b) definierte Code C_1?

- [ ] Ein Bitfehler lässt sich erkennen.
- [ ] Ein Bitfehler kann korrigiert werden.

d) Welche Eigenschaften zeigt der Code $C_4 = \{(0, 0, 0), (1, 1, 1)\}$?

- [ ] Die Coderate beträgt $R = 1/4$.
- [ ] Die Coderate beträgt $R = 1/3$.
- [ ] Ein Bitfehler lässt sich erkennen.
- [ ] Ein Bitfehler kann korrigiert werden.