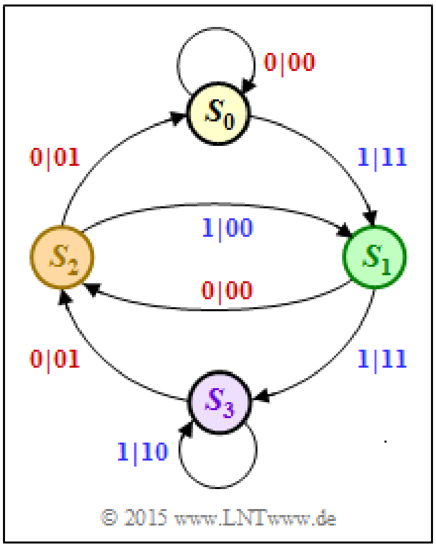
A4.8: Wiederholung zu den Faltungscodes



Die Turbocodes basieren auf den Faltungscodes, die in **Kapitel 3** ausführlich behandelt werden.

Ausgehend von dem nebenstehenden Zustandsübergangsdiagramm sollen wesentliche Eigenschaften und Kenngrößen des betrachteten Rate–1/2–Faltungscodes ermittelt werden, wobei wir ausdrücklich auf folgende Theorieseiten verweisen:

Systematische Faltungscodes (1)

Darstellung im Zustandsübergangsdiagramm (1)

Definition der freien Distanz (1)

GF(2)–Beschreibungsformen eines Digitalen Filters (2)

Anwendung der *D*–Transformation auf Rate–1/*n*–Faltungscodes (2)

Im Zustandsübergangsdiagramm wird grundsätzlich vom Zustand S_0 ausgegangen. Von jedem Zustand gehen zwei Pfeile ab. Die Beschriftung lautet „$u_i \mid x_i^{(1)} x_i^{(2)}$". Bei einem systematischen Code gilt dabei:

- Das erste Codebit ist identisch mit dem Informationsbit: $x_i^{(1)} = u_i \in \{0, 1\}$
- Das zweite Codebit ist das Prüfbit (Paritybit): $x_i^{(2)} = p_i \in \{0, 1\}$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 4.3.** Ähnliche Aufgaben finden Sie in den Kapiteln 3.1 bis 3.3. In den Fragen zu dieser Aufgabe werden folgende semi–infinite Vektoren verwendet:

- Informationssequenz $\underline{u} = (u_1, u_2, \ldots)$,
- Paritysequenz $\underline{p} = (p_1, p_2, \ldots)$,
- Impulsantwort: $\underline{g} = (g_1, g_2, \ldots)$; diese ist gleich der Paritysequenz $\underline{p}$ für $\underline{u} = (1, 0, 0, \ldots)$.

Fragebogen zu "A4.8: Wiederholung zu den Faltungscodes"

a) Wie lautet die Impulsantwort $\underline{g}$?

- ☐ Es gilt $\underline{g} = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, \ldots)$.
- ☐ Es gilt $\underline{g} = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$.

b) Es sei nun $\underline{u} = (1, 0, 0, 1, 0, 0, u_7)$ mit $u_7 \in \{0, 1\}$. Welche Aussagen treffen für die Paritysequenz $\underline{p}$ zu?

- ☐ Die ersten sechs Bit der Paritysequenz sind „1, 0, 1, 1, 0, 1”.
- ☐ Mit $u_7 = 0$ gilt $p_i = 0$ für $i > 6$.
- ☐ Mit $u_7 = 1$ gilt $p_i = 0$ für $i > 8$.

c) Wie lautet die D–Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}(D)$?

- ☐ Es gilt $\mathbf{G}(D) = [1, 1 + D]$.
- ☐ Es gilt $\mathbf{G}(D) = [1, 1 + D^2]$.
- ☐ Es gilt $\mathbf{G}(D) = [1 + D^2]$.

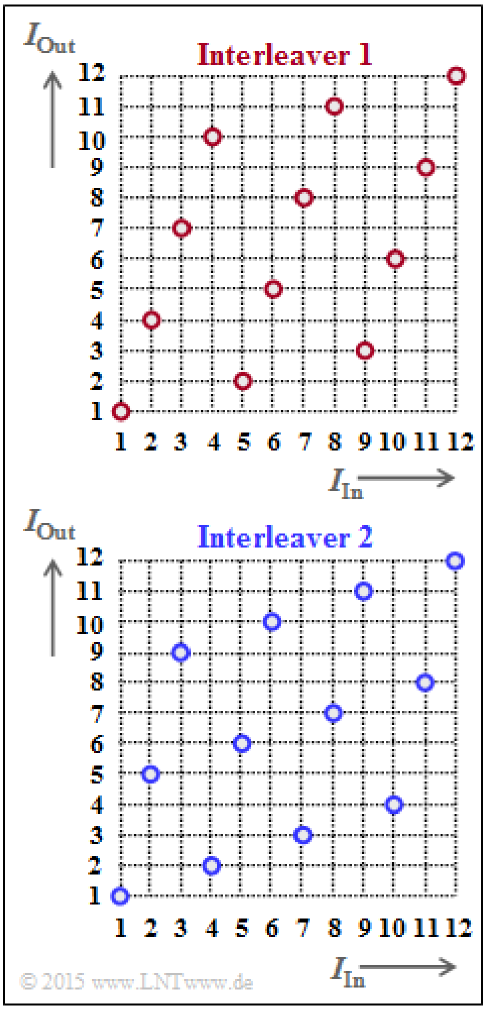
d) Betrachten Sie nun die begrenzte Eingangsfolge $\underline{u} = (1, 0, 1, 0, 0, 1)$. Welche Aussagen gelten für die dann ebenfalls begrenzte Parityfolge $\underline{p}$?

- ☐ Die ersten acht Bit der Parityfolge sind „1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0”.
- ☐ Die ersten acht Bit der Parityfolge sind „1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1”.
- ☐ Es gilt $p_i = 0$ für $i \geq 9$.

e) Wie groß ist die freie Distanz des betrachteten Faltungscodes?

$d_{\rm F}$ =

Z4.8: Grundlegendes zum Interleaving



Interleaving (deutsch: *Verwürfelung*) ist zum Beispiel bei einem Kanal mit Bündelfehlercharakteristik erforderlich, um die Fehler innerhalb des Bündels über einen genügend großen Bereich so zu verteilen, dass diese anschließend weitgehend korrigiert (oder zumindest erkannt) werden können.

Für Turbocodes, die auf RSC-Coder (*Recursive Systematic Convolutional Encoder*) basieren – und nur solche machen Sinn, ist *Interleaving* auch beim AWGN–Kanal essentiell, da es dann auch stets (einige) Eingangssequenzen gibt, die in der Ausgangsfolge nach etlichen Einsen nur noch Nullen liefern, und zwar bis ins Unendliche $\Rightarrow$ es gibt Ausgangsfolgen mit sehr kleinem Hamming–Gewicht.

Verteilt man im Coder 2 die Bits solcher Eingangssequenzen über einen weiten Bereich, so kann bei iterativer symbolweiser Decodierung das Problem durch das Zusammenspiel beider Komponentendecoder (weitgehend) beseitigt werden.

Man unterscheidet allgemein zwischen **Block–Interleaver** und **Random–Interleaver**. Bei *Block–Interleaving* füllt man eine Matrix mit S Spalten und Z Zeilen spaltenweise und liest die Matrix zeilenweise aus. Damit wird ein Informationsblock mit $I_{\text{max}} = S \cdot Z$ Bit deterministisch verwürfelt.

Rechts sind zwei Interleaver angegeben und zwar in grafischer Form durch die Zuordnung $I_{\text{Out}}(I_{\text{In}})$. Diese Größen stehen für „Index der Ausgangsfolge" bzw. für „Index der Eingangsfolge". Es gilt:

$$1 \le I_{\text{Out}} \le I_{\text{max}}\,, \qquad 1 \le I_{\text{In}} \le I_{\text{max}}\,.$$

In der Aufgabe (a) ist gefragt, ob es sich hierbei um *Block–Interleaving* oder *Random–Interleaving* handelt. Letztere werden im **Theorieteil** in aller Kürze besprochen.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 4.3.** Aber auch in anderen LNTwww–Büchern wird Interleaving behandelt, u.A. im Buch „Beispiele von Nachrichtensystemen" mit Bezug zum

- Standard *Digital Subscriber Line* (DSL) $\Rightarrow$ **Kapitel 3.2,**
- 2G–Mobilfunksystem GSM $\Rightarrow$ **Kapitel 3.3,**
- 3G–Mobilfunksystem UMTS $\Rightarrow$ **Kapitel 3.4,**
- 4G–Mobilfunksystem LTE $\Rightarrow$ **Kapitel 4.3** (im Buch „Mobile Kommunikation").

Fragebogen zu "Z4.8: Grundlegendes zum Interleaving"

a) Welche Interleaver–Art ist in der Grafik auf der Angabenseite dargestellt?

- ☐ Block–Interleaving,
- ☐ Random–Interleaving.

b) Wieviele Zeilen (Z) und Spalten (S) hat die obere „Interleaver–Matrix 1"?

Z =

S =

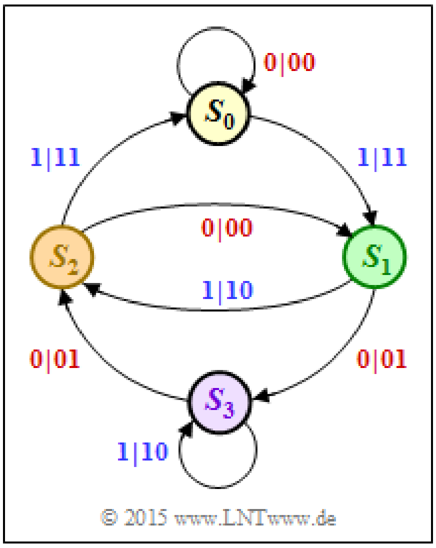
c) Es gelte $\underline{u}$ = (1001'0001'1101'1101'0010'0111). Wie beginnt die verwürfelte Folge $\underline{u}_\pi$? *Hinweis*: Die Hochkommata dienen nur als Lesehilfe.

- ☐ $\underline{u}_\pi$ = (110'100'100'011'111'110'010'001' ...),
- ☐ $\underline{u}_\pi$ = (101'001'000'111'100'101'011'101' ...).

d) Die verwürfelte Folge sei $\underline{u}_\pi$ = (100'100'011'101'110'100'100'111). Wie lautet die Folge nach dem De–Interleaving?

- ☐ $\underline{u}$ = (1101'0010'0011'1111'1001'0001' ...),
- ☐ $\underline{u}$ = (1010'0100'0111'1001'0101'1101' ...).

A4.9: Wiederholung zu den RSC-Codes



In der **Aufgabe A4.8** wurden bereits wichtige Eigenschaften von Faltungscodes aus dem Zustandsübergangsdiagramm abgeleitet, wobei von einer nichtrekursiven Filterstruktur ausgegangen wurde.

Nun wird ein Rate–1/2–RSC–Code in ähnlicher Weise behandelt. Hierbei steht „RSC" für „Recursive Systematic Convolutional".

Die Übertragungsfunktionsmatrix eines RSC–Faltungscodes kann wie folgt angegeben werden:

$$\mathbf{G}(D) = \left[1\,,\quad G^{(2)}(D)/G^{(1)}(D)\right]\ .$$

Ansonsten gelten hier die genau gleichen Voraussetzungen wie bei Aufgabe A4.8. Wir verweisen wieder auf folgende Theorieseiten:

Systematische Faltungscodes (1)

Darstellung im Zustandsübergangsdiagramm (2)

Definition der freien Distanz (1)

GF(2)–Beschreibungsformen eines Digitalen Filters (2)

Anwendung der *D*–Transformation auf Rate–1/*n*–Faltungscodes (2)

Filterstruktur bei gebrochen–rationaler Übertragungsfunktion

Im Zustandsübergangsdiagramm wird grundsätzlich vom Zustand S_0 ausgegangen. Von jedem Zustand gehen zwei Pfeile ab. Die Beschriftung lautet „$u_i \mid x_i^{(1)} x_i^{(2)}$". Bei einem systematischen Code gilt dabei:

- Das erste Codebit ist identisch mit dem Informationsbit: $x_i^{(1)} = u_i \in \{0, 1\}$.
- Das zweite Codebit ist das Prüfbit (Paritybit): $x_i^{(2)} = p_i \in \{0, 1\}$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 4.3.** Ähnliche Aufgaben finden Sie in den Kapiteln 3.1 bis 3.3. In den Fragen zu dieser Aufgabe werden folgende vektoriellen Größen verwendet:

- Informationssequenz: $\underline{u} = (u_1, u_2, \ldots)$,
- Paritysequenz: $\underline{p} = (p_1, p_2, \ldots)$,
- Impulsantwort: $\underline{g} = (g_1, g_2, \ldots)$; diese ist gleich der Paritysequenz $\underline{p}$ für $\underline{u} = (1, 0, 0, \ldots)$.

Fragebogen zu "A4.9: Wiederholung zu den RSC-Codes"

a) Wie lautet die Impulsantwort $\underline{g}$?

- [ ] Es gilt $\underline{g} = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, \ldots)$.
- [ ] Es gilt $\underline{g} = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$.

b) Es gelte $\underline{u} = (1, 1, 0, 1)$. Welche Aussagen gelten für die Paritysequenz $\underline{p}$?

- [ ] Es gilt $\underline{p} = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$.
- [ ] Es gilt $\underline{p} = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, \ldots)$.
- [ ] Bei begrenzter Informationssequenz $\underline{u}$ ist stets auch $\underline{p}$ begrenzt.

c) Wie lautet die D–Übertragungsfunktion $G(D)$?

- [ ] Es gilt $G(D) = 1 + D + D^2 + D^4 + D^5 + D^7 + D^8 + \ldots$
- [ ] Es gilt $G(D) = (1 + D^2)/(1 + D + D^2)$.
- [ ] Es gilt $G(D) = (1 + D + D^2)/(1 + D^2)$.

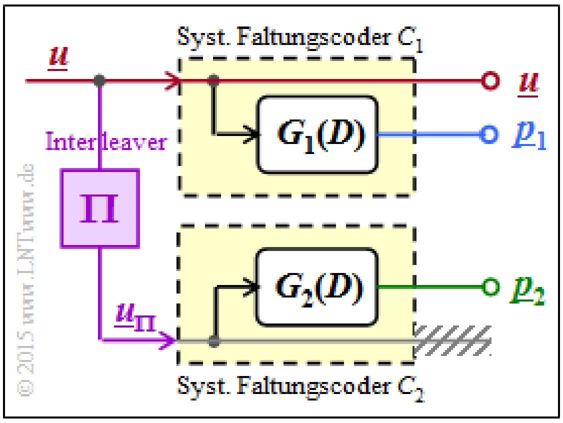
d) Es gelte $\underline{u} = (1, 1, 1)$. Welche Aussagen gelten für die Paritysequenz $\underline{p}$?

- [ ] Es gilt $\underline{p} = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$.
- [ ] Es gilt $\underline{p} = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, \ldots)$.
- [ ] Bei unbegrenzter Impulsantwort $\underline{g}$ ist stets auch $\underline{p}$ unbegrenzt.

e) Wie groß ist die freie Distanz dieses RSC–Coders?

$\boldsymbol{d_{\rm F}}$ =

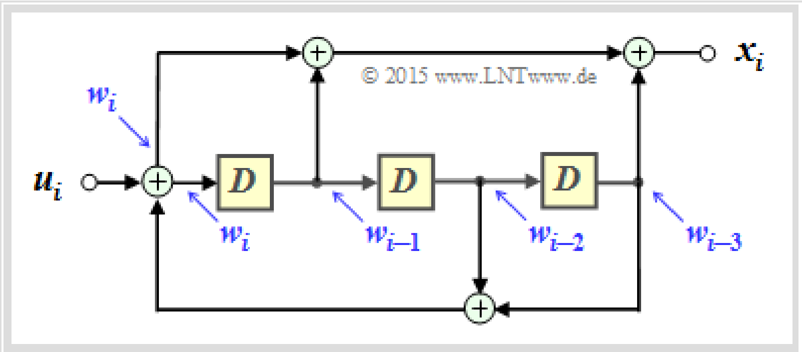
A4.10: UMTS/LTE–Turbocoder



Die Mobilfunkstandards **UMTS** und **LTE** verwenden jeweils einen Turbocode, der weitgehend identisch ist mit dem in Kapitel 4.3 beschriebenen Coder.

- Der $1/n$– Faltungscode ist systematisch, das heißt, dass die Codesequenz $\underline{x}$ die Informationssequenz $\underline{u}$ als Komponente beinhaltet.
- Die Sequenzen $\underline{p}_1$ und $\underline{p}_2$ basieren auf der gleichen Übertragungsfunktion: $G_1(D) = G_2(D) = G(D)$.
- Die Paritysequenzen $\underline{p}_1$ und $\underline{p}_2$ verwenden unterschiedliche Eingangssequenzen $\underline{u}$ bzw. $\underline{u}_\pi$. Hierbei kennzeichnet Π den Interleaver, bei UMTS und LTE meist ein S–Random–Interleaver.

Der wesentliche Unterschied gegenüber der bisherigen Beschreibung im Theorieteil ergibt sich durch eine andere Übertragungsfunktion $G(D)$, die durch die folgende rekursive Filterstruktur gegeben ist:



Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 4.3.** Erwartet werden Kenntnisse über

- die algebraische und polynomische Beschreibung von Faltungscodes ⇒ **Kapitel 3.2,**
- die Zustandsbeschreibung mit Zustands– und Trellisdiagramm ⇒ **Kapitel 3.3.**

Weitere Hinweise zur Vorgehensweise finden Sie in **Aufgabe A4.8** und **Aufgabe A4.9.**

Die Informationssequenz $\underline{u}$ wird zur einfacheren Beschreibung in den Teilaufgaben teilweise durch deren D–Transformierte angegeben. Beispielsweise gilt:

$$\underline{u} = (0\,,1\,,1\,,0\,,0\,,0\,,0\,,0\,,0\,,0\,\ldots) \quad \circ\!\!\stackrel{D}{-\!\!-}\!\!\bullet \quad U(D) = D + D^2\,,$$
$$\underline{u} = (0\,,1\,,0\,,0\,,0\,,0\,,0\,,1\,,0\,,0\,\ldots) \quad \circ\!\!\stackrel{D}{-\!\!-}\!\!\bullet \quad U(D) = D + D^8\,.$$

Fragebogen zu "A4.10: UMTS/LTE–Turbocoder"

a) Wie lauten die Kenngrößen des betrachteten Turbocodes?

Rate R =

Gedächtnis m =

Einflusslänge ν =

b) Wie lauten die Übertragungsfunktionen $G_1(D) = G_2(D) = G(D)$?

- [ ] Es gilt $G(D) = (1 + D + D^3)/(1 + D^2 + D^3)$.
- [ ] Es gilt $G(D) = (1 + D^2 + D^3)/(1 + D + D^3)$.

c) Wie lautet die Impulsantwort $\underline{g}$?

- [ ] Es gilt: $\underline{g} = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, ...)$.
- [ ] Es gilt: $\underline{g} = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, ...)$.
- [ ] $\underline{g}$ setzt sich bis ins Unendliche fort.

d) Gibt es periodische Anteile innerhalb der Impulsantwort $\underline{g}$?

- ( ) Ja, mit Periodendauer $P = 7$.
- ( ) Ja, mit Periodendauer $P = 8$.
- ( ) Nein.

e) Es sei nun $U(D) = D + D^2$. Welche Aussagen stimmen?

- [ ] Die Ausgangsfolge $\underline{p}$ beinhaltet einen periodischen Anteil.
- [ ] Die Periode P ist gegenüber $\underline{g}$ unverändert.
- [ ] Das Hamming–Gewicht der Eingangssequenz ist $w_{\rm H}(\underline{u}) = 2$.
- [ ] Das Hamming–Gewicht der Ausgangssequenz ist $w_{\rm H}(\underline{p}) = 6$.

f) Welche Aussagen treffen für $U(D) = D + D^8$ zu?

- [ ] Die Ausgangsfolge $\underline{p}$ beinhaltet einen periodischen Anteil.
- [ ] Die Periode P ist gegenüber $\underline{g}$ unverändert.
- [ ] Das Hamming–Gewicht der Eingangssequenz ist $w_{\rm H}(\underline{u}) = 2$.
- [ ] Das Hamming–Gewicht der Ausgangssequenz ist $w_{\rm H}(\underline{p}) = 6$.